

2次方程式 7

b < a

$a > b$ とする。連立方程式 $\begin{cases} \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = ab+1 \\ 2a+b=10 \end{cases}$ を解け。

[巣鴨]

$$2a+b=10 \text{ (1)}$$

$$b=10-2a \text{ (2) とし (1) を (2) に代入して } \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = ab+1 \text{ に代入}$$

$$\left(\frac{10-a}{2}\right)^2 = a(10-2a)+1$$

$$(10-a)^2 = 4a(10-2a)+4$$

$$100-20a+a^2 = 40a-8a^2+4$$

$$9a^2-60a+96=0$$

$$3a^2-20a+32=0$$

$$a = \frac{20 \pm \sqrt{400-384}}{6}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 12 \\ \hline 6 \\ 32 \end{array}$$

$$= \frac{20 \pm 4}{6}$$

$$\therefore a = 4, \frac{8}{3}$$

$$a=4 \text{ とし } b=10-2 \times 4=2$$

$$a=4, b=2 \text{ } a > b \text{ 条件を満たす}$$

$$a = \frac{8}{3} \text{ とし } b=10-2 \times \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$$

$$a = \frac{8}{3}, b = \frac{14}{3} \text{ } a < b \text{ 条件を満たさず不適}$$

$$\therefore \underline{\underline{a=4, b=2}}$$