三平方の定理問題は入っていません

$Parabola$ の基礎と実践 I

数学問題集　パラボリック

$Keiji \quad Aiki$

数学問題提供サイト数樂

$http://www.mathtext.info/$

初版 15/1/2012

$p2 - p15$ テクニック編

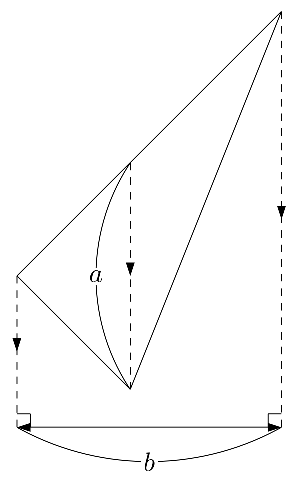
$p16 - p42$ 問題集

$\boxed{1}$ **1.** テクニック 1

三角形の面積 S の公式

$S = a \times b \div 2$

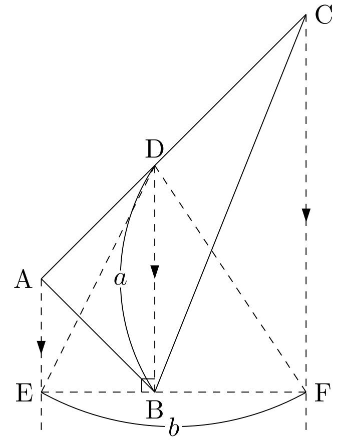
$S = \dfrac{1}{2}ab$



　△ABC を直線 DB で △ABD,△CBD の 2 つに分けて、それぞれの三角形の底辺を DB として頂点 A,C を DB に平行な直線を使ってそれぞれ図の △EBD,△FBD に等積変形する。このとき EF ⊥ DB となるようにすると、△DEF で三角形の面積の公式、(底辺) × (高さ) ÷ 2 を使うことが可能。

よって、

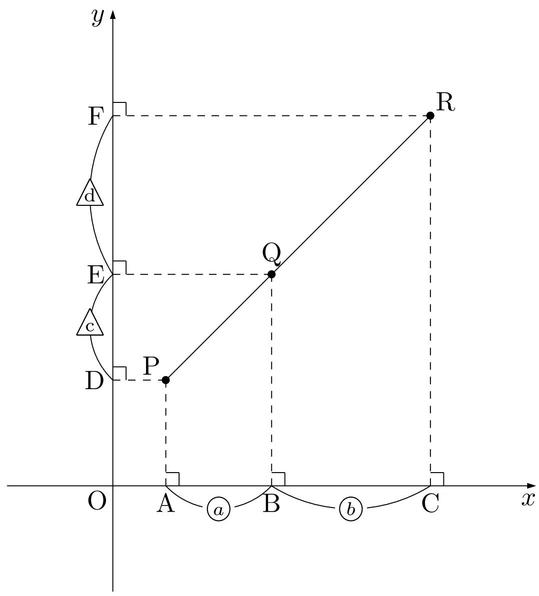
$S = a \times b \div 2 = \dfrac{1}{2}ab$



2. テクニック 2

座標上の線分の比

$PQ:QR=a:b=c:d$



証明

P を通り x 軸に平行な直線と線分 RC の交点を S、線分 QB との交点を T とする。このとき、$\triangle\mathrm{PTQ} \backsim \triangle\mathrm{PSR}$

よって

$PQ:PR=PT:PS=a:a+b$

$PQ:QR=PT:TS=PT:PS-PT=a:(a+b)-a=a:b$

ゆえに

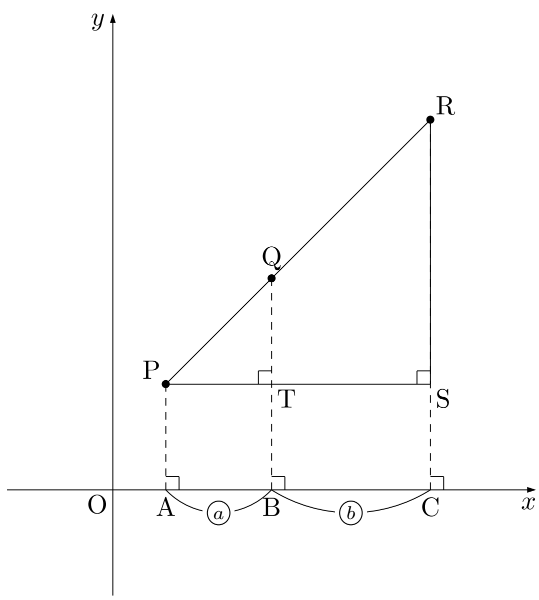
$PQ:QR=a:b$

同様にして、

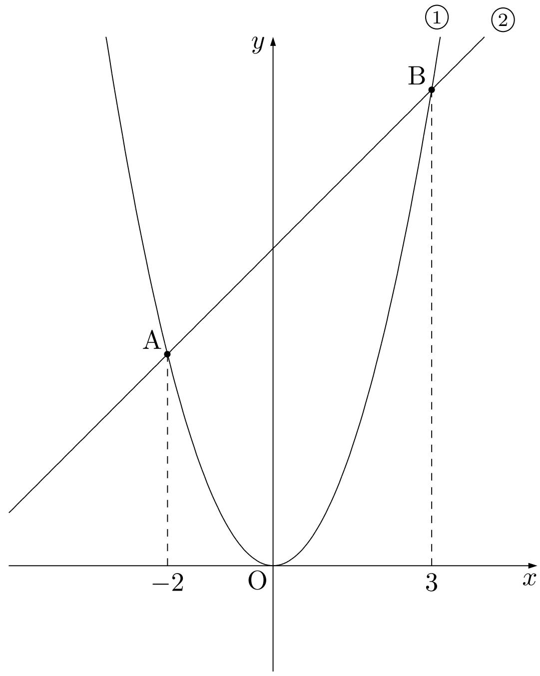
$PQ:QR=c:d$

まとめて

$PQ:QR=a:b=c:d$



3. テクニック 3



2 点を通る直線の式

2 点の座標を $y = ax + b$ に代入して連立方程式で解こう。以下の問題を例にしてみる。

例) 右の図の①のグラフは $y = x^2$ のグラフで、直線②のグラフと 2 点 A,B で交わっている。2 点 A,B の x 座標がそれぞれ $-2, 3$ であるとき、直線②の式を求めなさい。

この問題で先ず分かっている x 座標を①のグラフに代入して 2 点 A,B の y 座標を求めなくてはいけない。後で述べる方法を使えばその必要はないのだが、上級者向けであるため、苦手な人はこちらでやっていただきたい。連立方程式の勉強にもなるので、公式があるんだったらという考えは捨て、地道にいきましょう。

では本題へまいります。

点 A の x 座標が -2 より、①に代入して $y = (-2)^2 = 4$

よって、A$(-2, 4)$

点 B の x 座標が 3 より、①に代入して $y = 3^2 = 9$

よって、B(3,9)

$y = ax + b$ に A$(-2, 4)$ を代入して、$2a + b = 4$

$y = ax + b$ に B(3,9) を代入して、$3a + b = 9$

$$\begin{cases} -2a + b = 4 & \cdots(i) \\ 3a + b = 9 & \cdots(ii) \end{cases}$$

ここで、この連立方程式は筆算して引けば b は消えるので、比較的簡単に a(傾き) が求まる。

$$\begin{array}{rrcrcr} & -2a & + & b & = & 4 \\ -) & 3a & + & b & = & 9 \\ \hline & -5a & & & = & -5 \end{array}$$

$a = 1$ となり、b(切片) を求めると、$b = 6$

よって求める直線②の式は

$y = x + 6$

である。

4. テクニック 4(上級者向け)

$y = ax^2$のグラフ上の 2 点 $P(p, ap^2), Q(q, aq^2)$ を通る直線の式は $y = a(p+q)x - apq$ で与えられる。

証明

二次関数 $y = ax^2$のグラフ上の 2 点 P, Q の変化の割合 (直線 PQ の傾き) を調べる。この 2 点 P, Q の変化の割合は、$\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$で求められるから、

$$\frac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}} = \frac{aq^2 - ap^2}{q-p} = \frac{a(q^2-p^2)}{q-p}$$

$$= \frac{a(q+p)\cancel{(q-p)}}{\cancel{q-p}} = a(p+q) \cdots ①$$

よって、①は 2 点 P, Q の変化の割合、すなわち 2 点 P, Q の直線の傾きを表します。ですから、この直線の式は、

$y = a(p+q)x + b$(b は定数)$\cdots$②

となります。ここで、このグラフは 2 点 P, Q を通るのだから、点 P の座標 $P(p, ap^2)$ を②に代入すると、

$ap^2 = a(p+q) \times p + b$

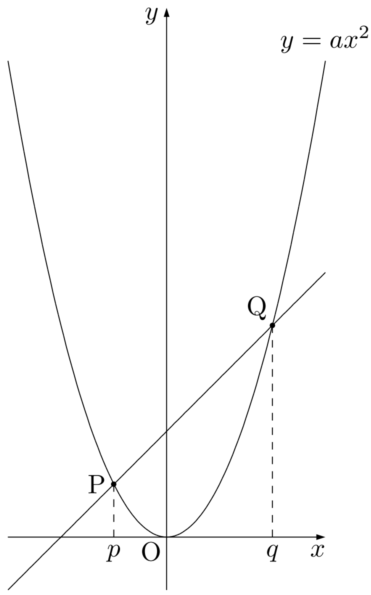
$ap^2 = ap^2 + apq + b$

b について解くと、

$b = -apq$

よって、直線 PQ(②式) は次のようになる。

$y = a(p+q)x - apq$

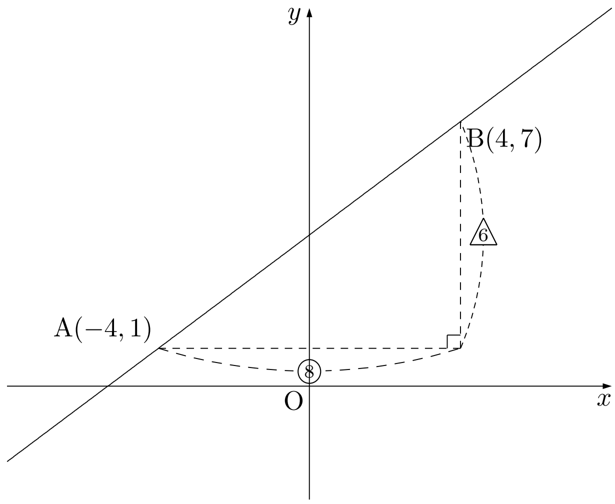


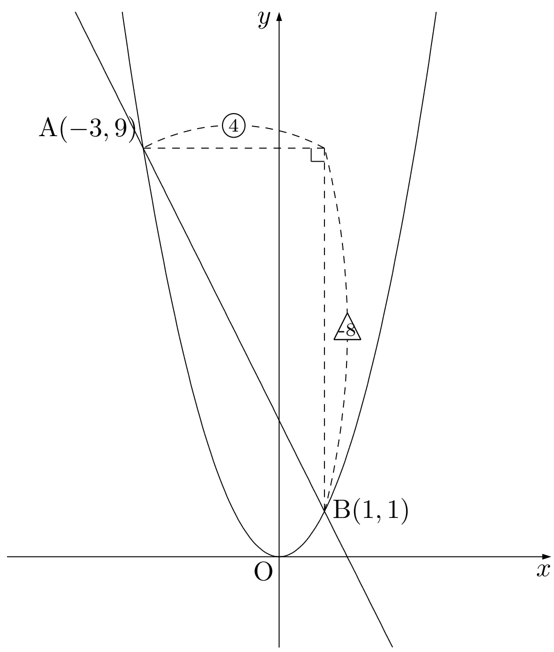
5. グラフ問題の攻略

(1) 一次関数のグラフの式は目で見て求める。個人的感想だが、グラグが問題用紙に書いてあり 2 点の座標が分かるときは、その 2 点を斜辺とする直角三角形を作って直線の傾きを求めたほうが早い。ただ苦手な生徒は 2 点の座標を連立方程式を使って直線の式を捻出する作業をすることを勧める。勿論 $\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ を使ってもよし、その他の公式を使ってくれてもよい。

この直角三角形こそ、$\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ を求める作業であり、それがグラフの傾きになっている。図の○が x の増加量, △が y の増加量である。従って図 1 の直線の傾きは $\dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$, 図 2 直線の傾きは $\dfrac{-8}{4} = -2$ である。

ただ、グラフは常に右側に見る、つまり x 軸の正の方向を基準に見たほうが良いのでその辺り気を使ってください。個人的に x 軸の負の方向に見るのは好きではないので。

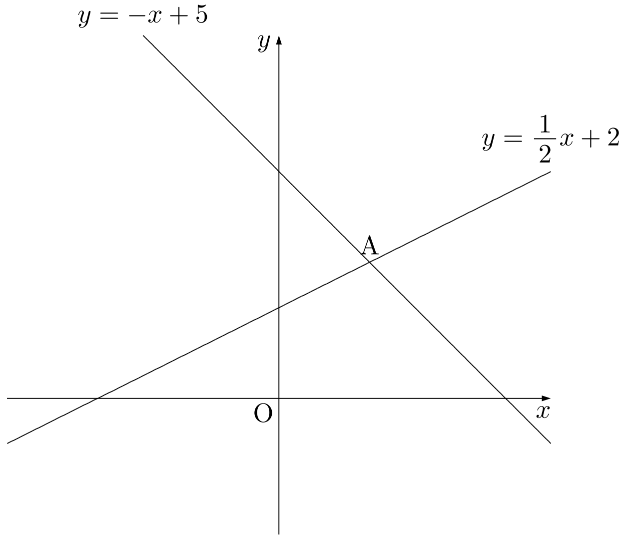




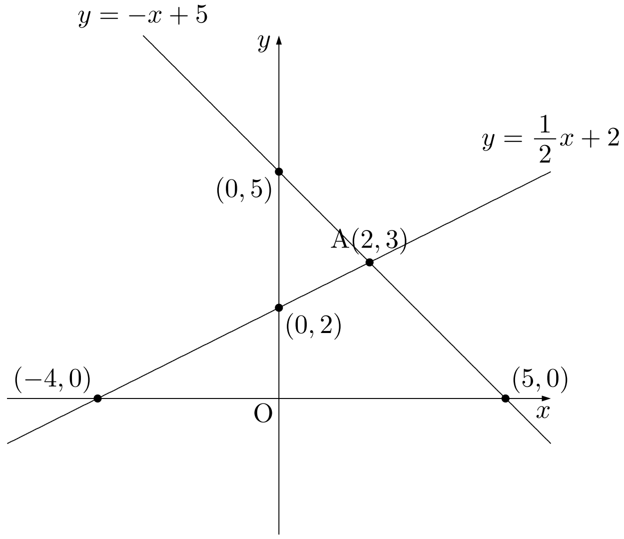
(2) 問題で使う使わないは別として、分かる座標は全て問題用紙に書き込んでおく。

例

右の図のように直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$ は点 A で直線 $y = -x + 5$ と交わる。このとき次の問いに答えなさい。



このような問題があった場合とりあえず分かる座標は全て求めておくのがよいと考える。それから問題を解いても余裕があるぐらいのスピードをつけたいものです。



6. グラフと図形の攻略

関数と図形 $Part1$

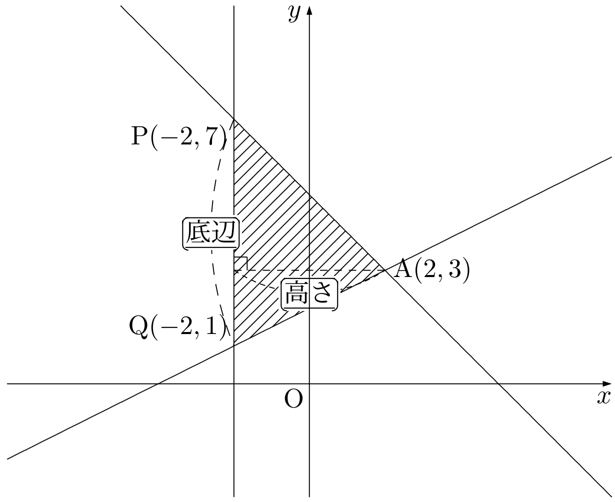
三角形の面積の問題

例:問い

関数 $y=\dfrac{1}{2}x+2, y=-x+5$ が点 A で交わっている。また y 軸に平行で x 座標が -2 の直線と 2 つのグラフの交点を P,Q とするとき、△APQ の面積を求めなさい。

考え方

この手の問題は x 軸、y 軸に平行な直線がある場合は、それを底辺とすると片付く問題がほとんどである。この場合 PQ が y 軸に平行なので、PQ を底辺とすれば三角形の面積は簡単に求まる。



関数と図形 $Part2$

底辺と思われるものが、x 軸、y 軸に対して斜めになっている場合は、その三角形が入る長方形を作り余分な三角形を引けば求まる。しかしここでは二次関数を例に公式?を使って求めてみます。

例:問い

右の図は $y=x^2$ のグラフで、そのグラフ上に 3 点 $A(-2,4), B(1,1)$, $C(3,9)$ をとったものである。このとき △ABC の面積を求めなさい。

考え方

このとき直線 AB の式 $(y=x+6)$ を求めて、点 B から y 軸に平行な直線と直線 AB との交点を D とすると $D(1,7)$ となり、幅①×幅②÷ 2 で求まる。またもう 1 つの解法は、等積変形である。直線 AB の傾きを求め、直線 AB に平行で点 B を通る直線を求める (この場合 $y=x$)。この直線と y 軸との交点を求めて、先と同様に幅① × 幅②÷ 2 で求めても良い。

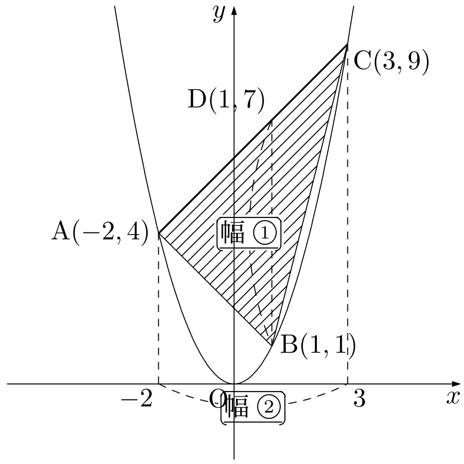
さらにもう 1 つ等積変形だが、x 軸または y 軸に平行に頂点を動かしてやることも可能である。等積変形はどの頂点を動かせば効率が良いか、という観点から見ると良い。特に直線の式の傾きが知れる場合は、それに平行な直線で考えてみるのもよい。あと原点が 1 つの頂点である場合、2 つの座標をたすきがけしたものの差の絶対値の $\frac{1}{2}$ でもとまる。紹介だけしておく。

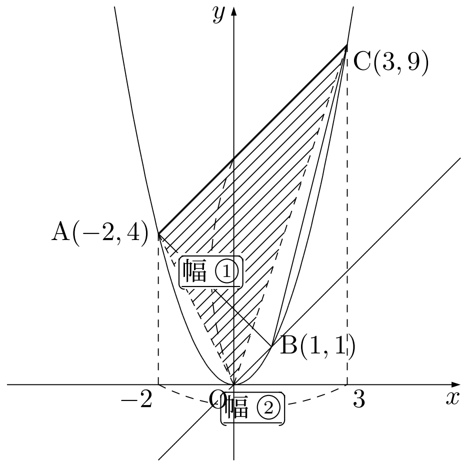
公式

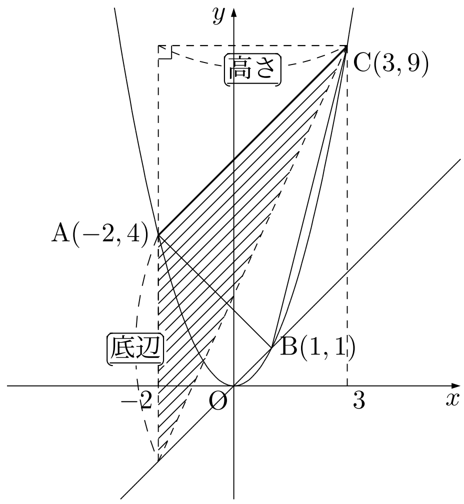
3 点 $(0,0),(a,b),(c,d)$ を頂点とする三角形の面積 S

$S=\frac{1}{2}|ad-bc|$

| | は絶対値の記号 (例 : $|-5|=5$)







7. グラフと図形の攻略 (四角形)

関数と図形 $Part1$

座標軸上の四角形の面積を求めるのは、大別して 3 通りある。

$\boxed{\text{パターン 1}}$

等積変形

$\boxed{\text{考え方}}$

図のように対角線で三角形 2 つに分けて、片方の三角形の頂点を平行移動させ、もとの四角形 $ABCD$ と等しい面積の $\triangle ABE$ を作り求める。

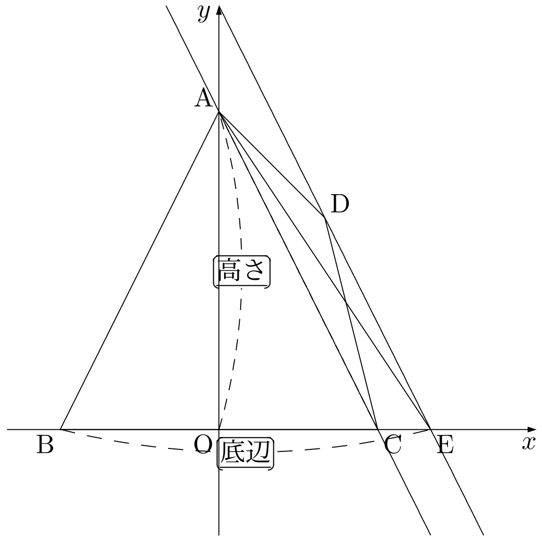
図の場合では対角線 AC の式の傾きを求め、その傾きを持つ直線 (AC に平行な直線) が、点 D を通る場合を考える。

その直線と x 軸の交点を E とし、

$\triangle ADC$ の頂点 D を点 E へ移動させ、

$\triangle ADC = \triangle AEC$ とできる。

よって、四角形 $ABCD = \triangle ABE$ となる。



$\boxed{\text{パターン 2}}$

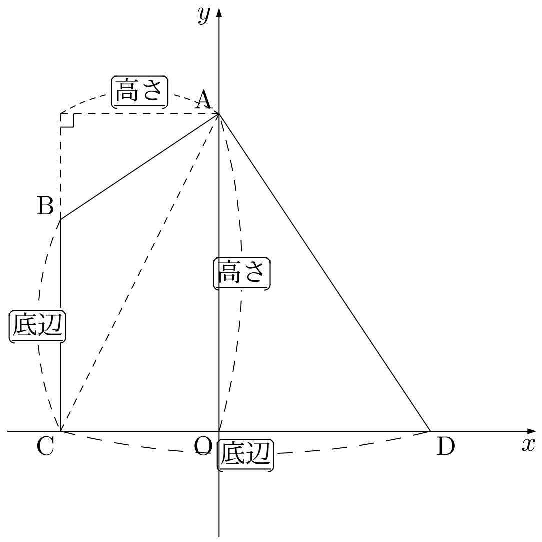
三角形 2 つに分けて、それぞれの面積の和として四角形の面積を求める方法。

$\boxed{\text{考え方}}$

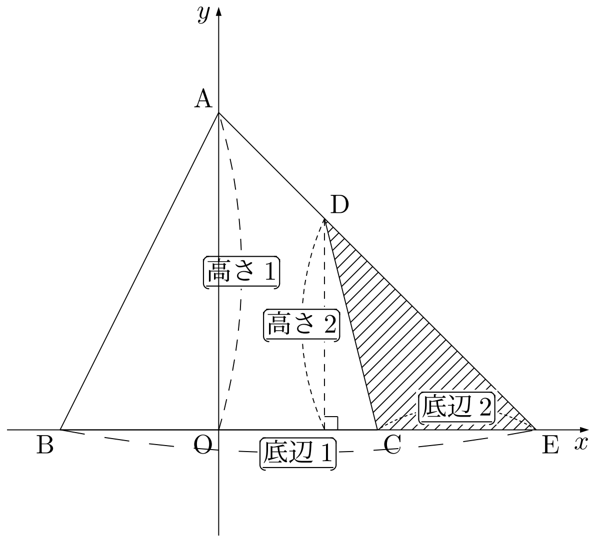
三角形 2 つに分けて、それぞれの面積を直接求める。

図の場合だと、四角形 $ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

このパターンの場合、三角形を等積変形せずとも両方の三角形が簡単に求まるのがほとんどである。



$\boxed{\text{パターン 3}}$
大きい三角形 − 小さい三角形
$\boxed{\text{考え方}}$
図のように、大きい三角形から余分な三角形を取り除いて求める。等積変形など難しい知識がなくても解ける場合があるので、知っておくと便利。図では四角形 $ABCD$ を求めるのに、△ABE から △DCE を引いて求めている。公式も三角形の面積の公式で事足りるので、抑えておきましょう。



得意な人は三法とも使いこなせるレベルにはしておきたい。苦手な人は大問の (1),(2) を解けるようにしたいものですね。

関数と図形 $Part2$

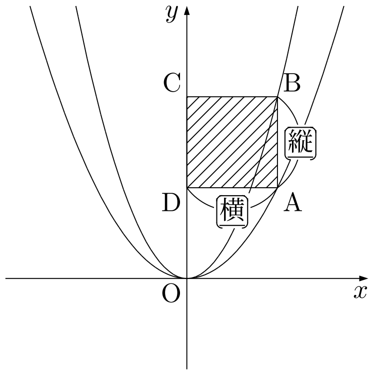
正方形になるときの座標云々。

$\boxed{\text{鉄則}}$

$\boxed{\text{縦の長さ}} = \boxed{\text{横の長さ}}$

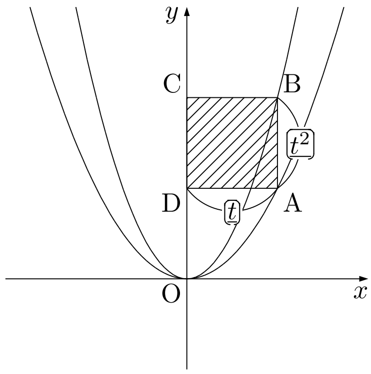
これでほぼ解ける。

ただ座標を文字で置かなければならないのがほとんどなので、日頃から座標を文字で表すことに慣れておく必要がある。



$\boxed{\text{例:問い}}$

関数 $y = 2x^2, y = x^2$があり、$y = x^2$のグラフ上に点 A をとり、点 A を通り y 軸に平行な直線と $y = 2x^2$のグラフの交点を B とする。このとき、AB を 1 辺とする正方形 $ABCD$ をつくる。点 C, D が y 軸上にあるとき点 B の座標を求めなさい。ただし B の x 座標は正とします。



$\boxed{\text{考え方}}$

まずは起点となる点を決める。ここでは A を基準に話を進めていく。

$A(t, t^2)$ と置くと、$B(t, 2t^2)$ となる。ここで

$AB = 2t^2 - t^2 = t^2$

$AD = t$

$\boxed{\text{縦}} = \boxed{\text{横}}$より、

$t^2 = t$

$t^2 - t = 0$

$t(t-1) = 0$

$t = 0, 1$

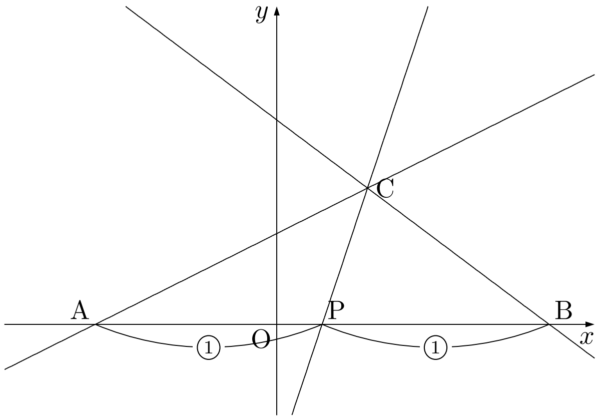
$t > 0$ より、$t = 1$

よって $B(1, 2)$

8. 関数と図形

(1) 三角形の面積の二等分

図 1



この 2 パターンに大別できる。三角形の面積の 2 等分の式を求めるときは、

$\boxed{\text{パターン 1}}$三角形の頂点を通る場合

$\boxed{\text{パターン 2}}$三角形の頂点を通らない場合

に大別できる。

図 1 例題$\boxed{\text{パターン 1}}$: 関数 $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ と $y = -\dfrac{3}{4} + \dfrac{9}{2}$ が点 C で交わっている。関数 $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ と x 軸との交点を A、関数 $y = -\dfrac{3}{4} + \dfrac{9}{2}$ との交点を B とする。このとき、点 C を通り、△ABC の面積を二等分する式を求めなさない。

問題の点 C は △ABC の頂点の 1 つ。頂点を通る場合は、その頂点と向かい合う辺の中点 P(真ん中の点) を通る直線の式を求めれば片付く。これは高さが共通の三角形の面積が底辺の比の割合によって分けられるからである。

解法

$C(2, 3), A(-4, 0), B(6, 0)$

AB の中点 P は A と B の座標を筆算で足すと $(2, 0)$、中点 P はその $\dfrac{1}{2}$(半分) なので、$P(1, 0)$ となる。よって求める直線 CP の式は $y = 3x - 3$ である。

2 点間の中点の出し方 (公式)

2 点 $P(a, b), Q(c, d)$ の中点の座標 R

$R\left(\dfrac{a+c}{2}, \dfrac{b+d}{2}\right)$

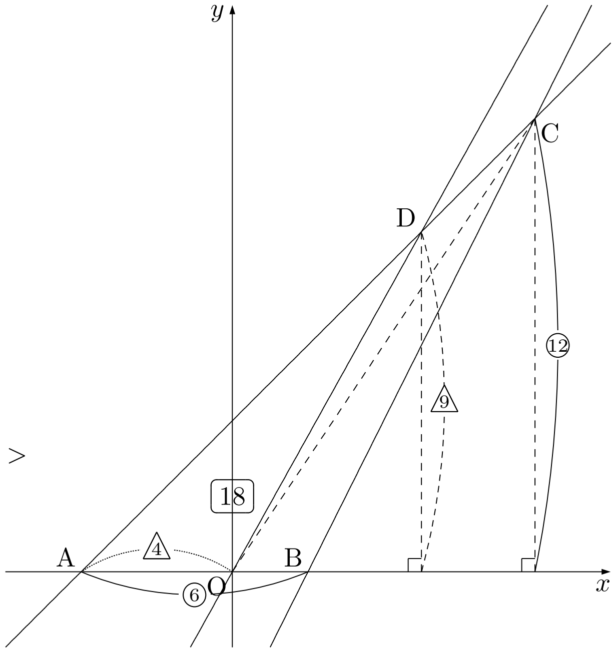
図 2 例題 $\boxed{\text{パターン 2}}$：　関数 $y = 2x - 4$ と $y = x + 4$ が点 C で交わっている。$y = x + 4$ と x 軸との交点を A、$y = 2x - 4$ と x 軸との交点を B とするとき、原点を通り、△ABC の面積を二等分する式を求めなさい。

こんな場合はとりあえず、A, B, C の座標を出し、△ABC の面積を求める。今回の場合 $A(-4, 0), B(2, 0), C(8, 12)$ であるから、△ABC の面積は $6 \times 12 \div 2 = 36$

次に原点と C を結んでみると、△AOC > △BOC であるから、面積を二等分する直線を求めるために必要なもう 1 点 D は $y = x + 4$ 上にある。

ここで △OAD の面積は 36 の半分 18 になればよい。

図 2



△OAD の底辺は A の座標からも分かるとおり 4 であるから、求める高さを D_y とすると、$4 \times D_y \div 2 = 18$

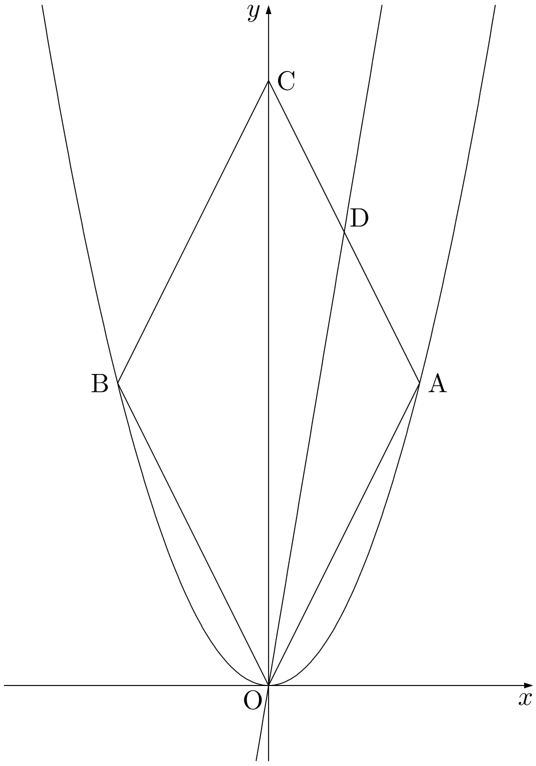
$D_y = 9$

この D_y が D の y 座標で D は $y = x + 4$ 上にあることから、

$9 = x + 4$ とおいて、x を求めると、$x = 5$

よって $D(5, 9)$ となり、求める直線の式は $y = \dfrac{9}{5}x$ となる。

図 3



(2) 今までのは基本で、四角形の面積を分ける考え方に利用する。
四角形の捉え方は別の攻略方法でもお知らせしていますが、三角形が 2 つで四角形として捉えるのが大体の考え方。
例 : 図 3 は関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2$のグラフで AB は x 軸に平行でその長さは 8 である。四角形 $OABC$ がひし形のとき、辺 AC 上に点 D をとり、△OAD と四角形 $OBCD$ の面積比が 1 : 3 となる、直線 OD の式を求めなさい。(類高知)
考え方
この問題では四角形$OABC$(ひし形$OABC$) の面積は OC によって二等分されるので、その半分を、1 : 3 より $(1 + 3) \div 2 =$ ②とおく。すると求める D は AC の中点であることがわかる。なぜなら D が AC の中点であることで、△OCD : △OAD = ① : ①となり、四角形$OBCD$ = △OBC+ △OCD = ② + ① = ③となり、問題にあるように、△OAD と四角形 $OBCD$ の面積比が 1 : 3 となる。
解法
$A(4, 8), C(0, 16)$ より $D(2, 12)$ であるから、求める式は $y = 6x$ である。

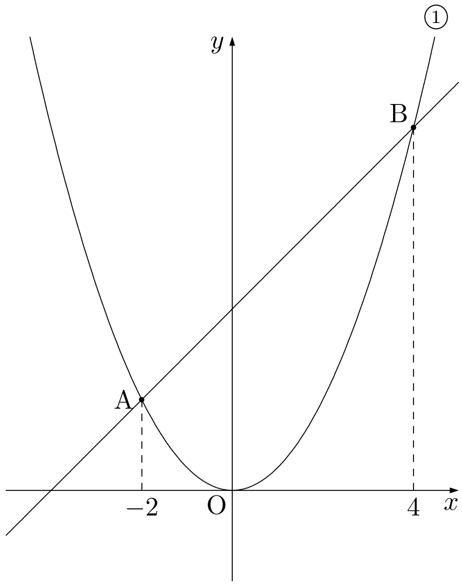
$\boxed{2}$ 1. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフです。また、2 点 A の座標は $(-2, 2)$ で,B の x 座標は 4 です。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。

(4) ①の式で、x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき y の変域を求めなさい。



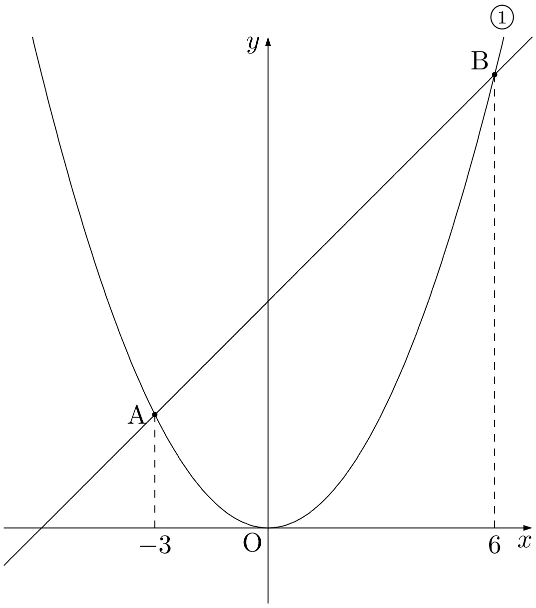
2. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフです。また、2 点 A の座標は $(-3, 3)$ で,B の x 座標は 6 です。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

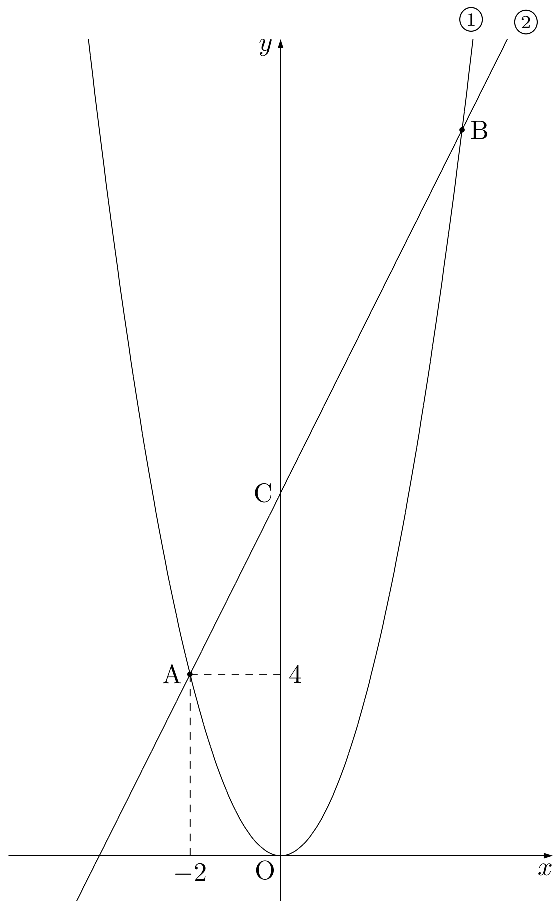
(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。

(4) ①の式で、x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき y の変域を求めなさい。



3. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$, 直線②は一次関数ののグラフである。また、点 A の座標は $(-2, 4)$ で、点 B は $y = ax^2$ のグラフ上の点である。直線②と y 軸との交点を C とすると、AC:CB=1 : 2 であるとき、次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) ①の式で、x の値が -3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) B の座標を求めなさい。

(4) 直線 AB の式を求めなさい。

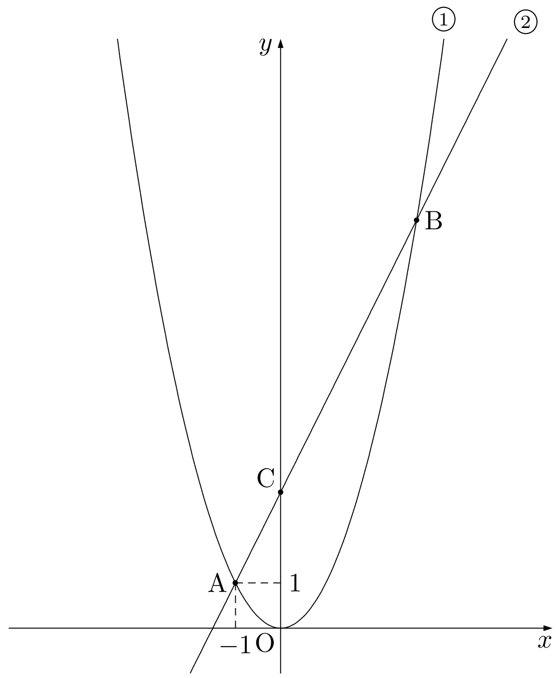
4. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=ax^2$ のグラフで、直線②は一次関数のグラフである。①,② の交点をそれぞれ A,B とし、点 A の座標は $(-1,\ 1)$ である。②と y 軸との交点を C とすると、AC:CB=1 : 3 である。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

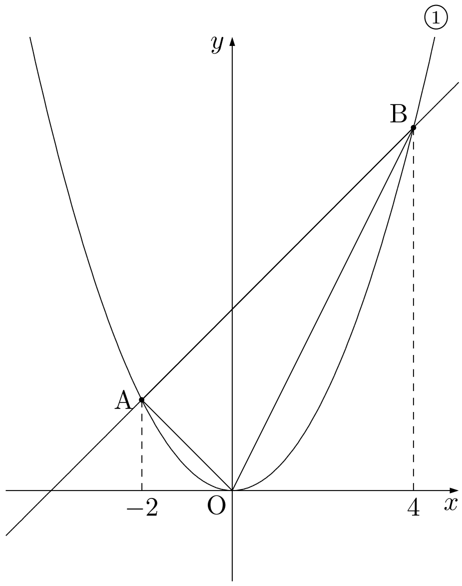
(2) ①の式で、x の値が -4 から 9 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) B の座標を求めなさい。

(4) 直線 AB の式を求めなさい。



5. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ -2, 4 です。このとき、次の問いに答えなさい。



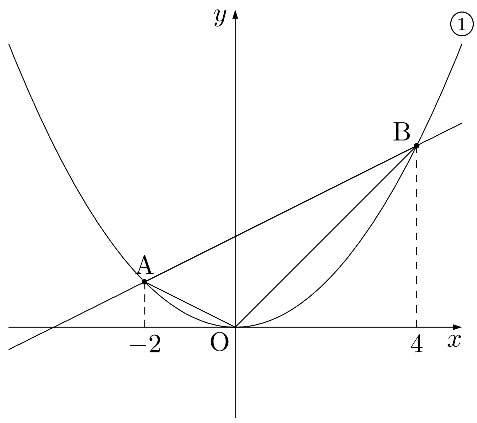
(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) 原点 O を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

6. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ $-2, 4$ です。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) 原点 O を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

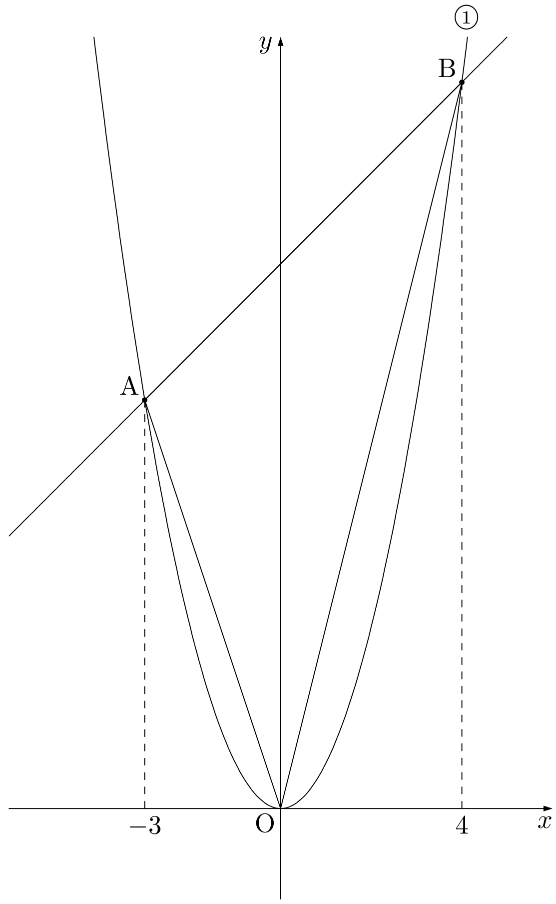
7. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=x^2$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ $-3, 4$ です。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

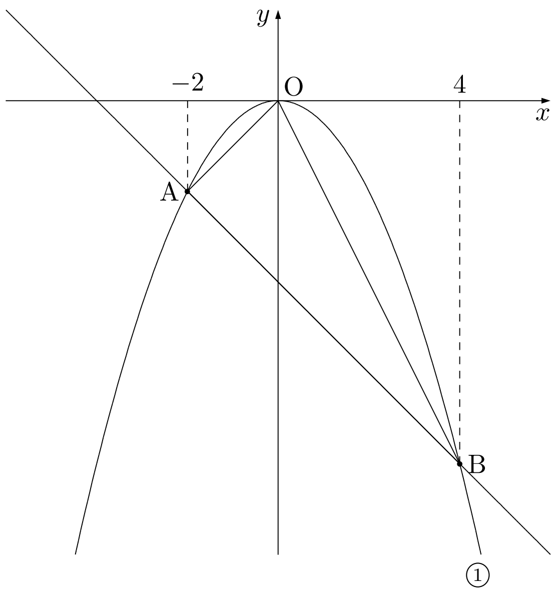
(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) 原点 O を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。



8. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ $-2, 4$ です。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) △OAB の面積を求めなさい。

(4) 原点 O を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

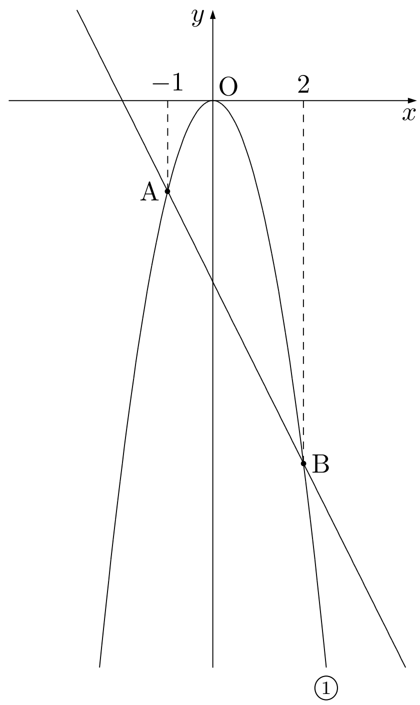
9. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフです。また、2 点 A の座標は $(-1, -2)$ で,B の x 座標は 2 です。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

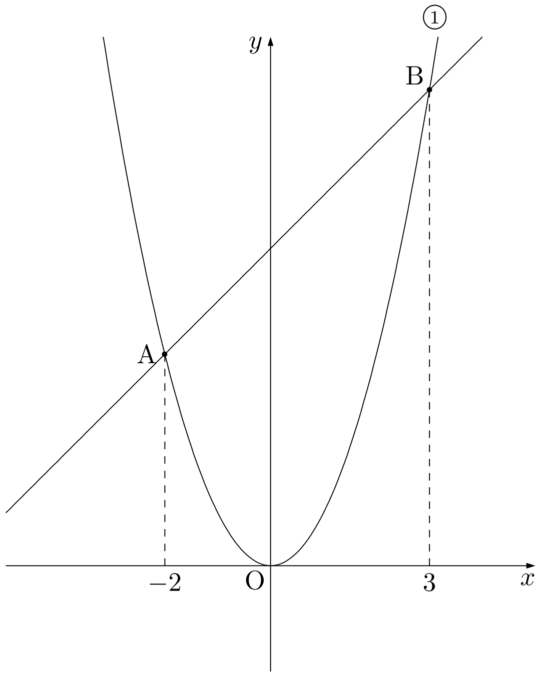
(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。

(4) ①の式で、x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき y の変域を求めなさい。



10. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフです。また、2 点 A の座標は $(-2, 4)$ で,B の x 座標は 3 です。このとき、次の問いに答えなさい。



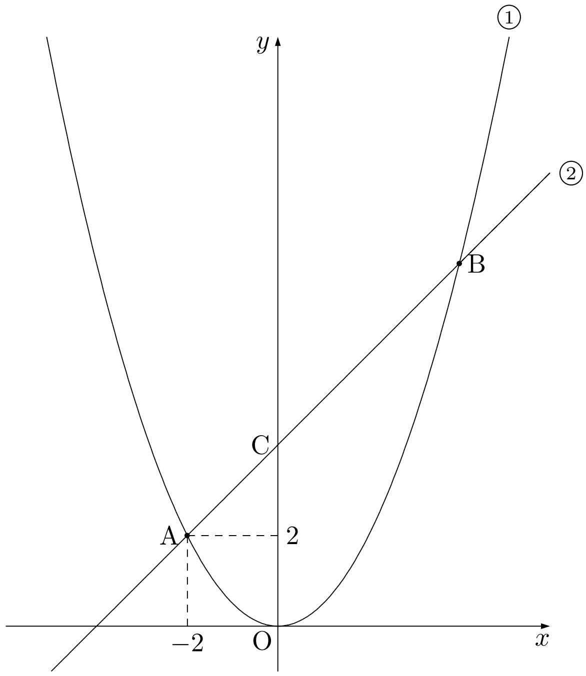
(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の y 座標を求めなさい。

(3) 直線 AB の式を求めなさい。

(4) ①の式で、x の変域が $-3 \leqq x \leqq 5$ のとき y の変域を求めなさい。

11. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$, 直線②は一次関数のグラフです。また、点 A の座標は $(-2, 2)$ で、点 B は $y = ax^2$ のグラフ上の点である。直線②と y 軸との交点を C とすると、AC:CB=1 : 2 である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) ①の式で、x の値が -3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) B の座標を求めなさい。

(4) 直線 AB の式を求めなさい。

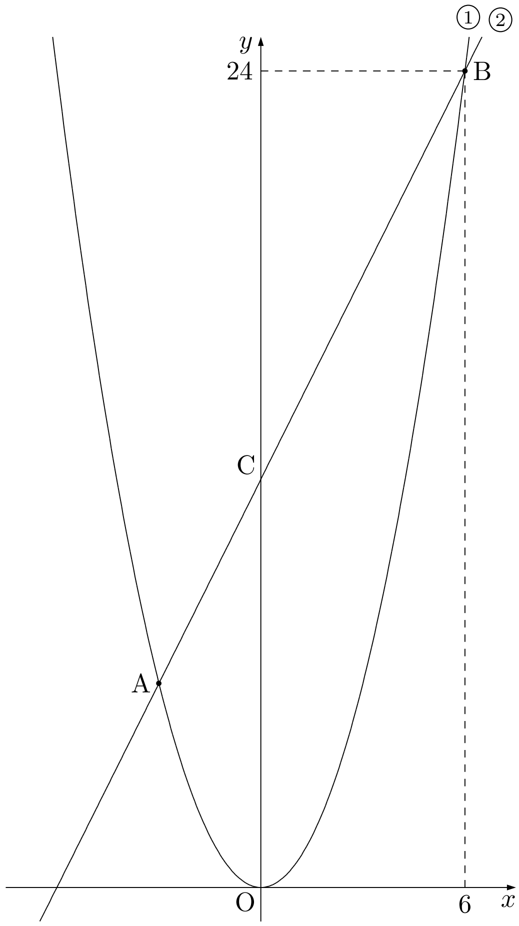
12. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフで、直線②は一次関数のグラフである。①,② の交点をそれぞれ A,B とし、点 B の座標は $(6, 24)$ である。②と y 軸との交点を C とすると、AC:CB=1 : 2 である。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

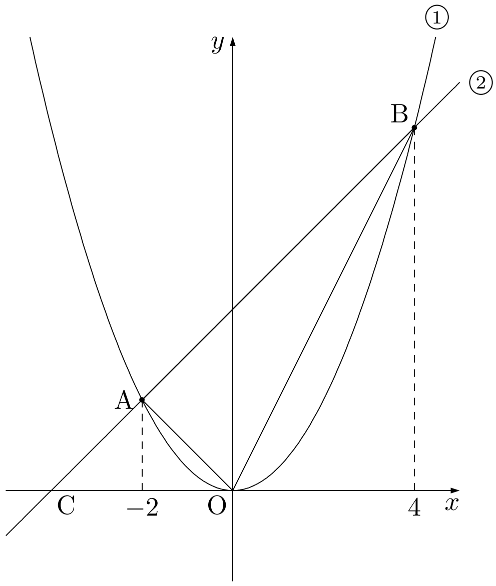
(2) ①の式で、x の値が -4 から 9 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) A の座標を求めなさい。

(4) 直線 AB の式を求めなさい。



13. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフで、直線②は $y = x + 4$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ -2 , 4 です。直線②と x 軸との交点を C とするとき、次の問いに答えなさい。



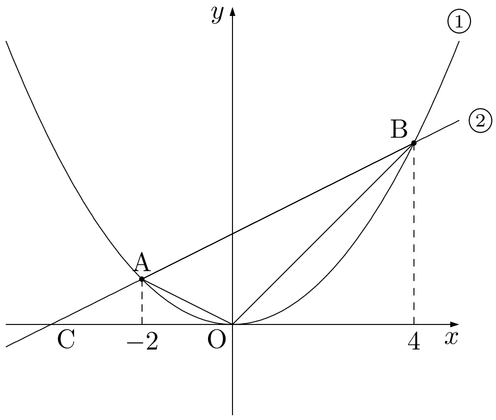
(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

(3) $\triangle$COB の面積を求めなさい。

(4) 点 B を通り $\triangle$OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

14. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフで、直線②は $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ $-2, 4$ です。直線②と x 軸との交点を C とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

(3) △COB の面積を求めなさい。

(4) 点 A を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

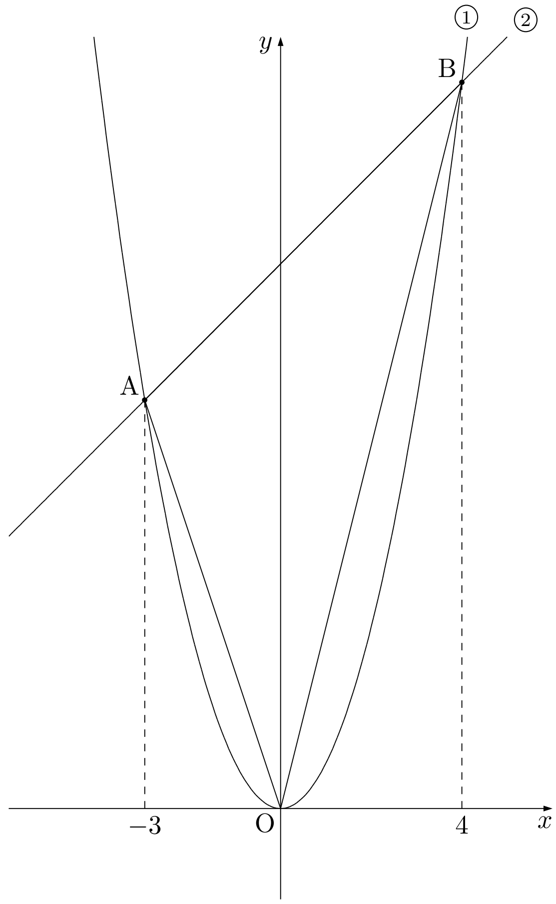
15. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフで、直線②は $y = x + 12$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ -3 , 4 です。直線②と x 軸との交点を C とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

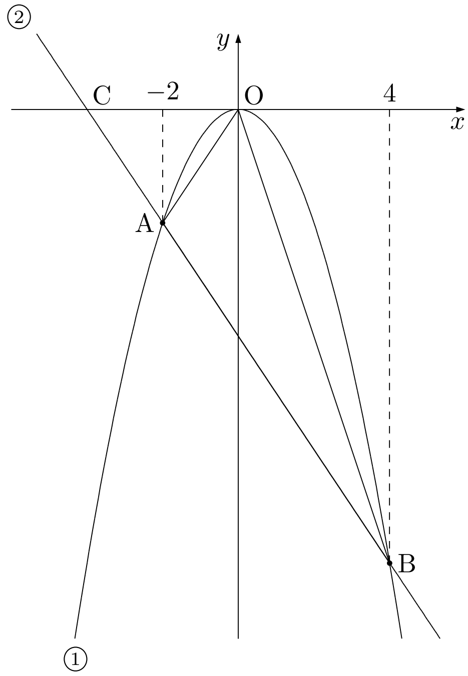
(2) a の値を求めなさい。

(3) $\triangle$COB の面積を求めなさい。

(4) 点 A を通り $\triangle$OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。



16. 右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y=ax^2$ のグラフで、直線②は $y=-\frac{3}{2}x-6$ のグラフです。また、2 点 A,B の x 座標は、それぞれ $-2, 4$ です。直線② と x 軸との交点を C とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2 点 A,B の座標を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

(3) △COB の面積を求めなさい。

(4) 点 A を通り △OAB の面積を 2 等分する式を求めなさい。

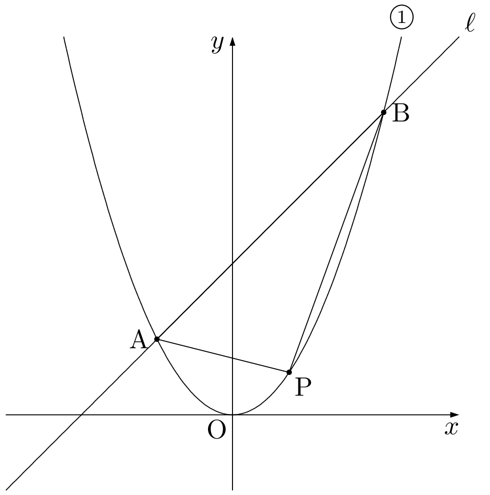
$\boxed{3}$ 1. 右の図で、点Oは原点であり、放物線$y = ax^2 \cdots$のグラフと直線ℓが2点A$(-2, 2)$,B$(b, 8)$で交わっている。また、点Pは放物線上を点Oから点Bまでを動くものとする。次の(1)〜(3)に答えなさい。

(1) 放物線$y = ax^2$のaの値を求めなさい。

(2) 点Bのx座標bの値を求めなさい。

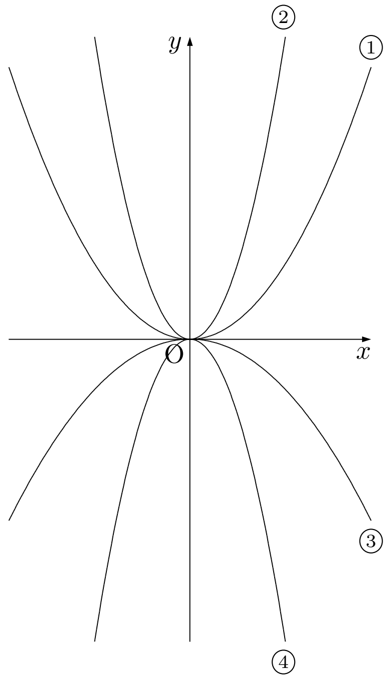
(3) 直線ℓの式を求めなさい。

(4) 点Pのx座標をnとするとき、△APBの面積をnを使った式で表しなさい。



〔H11年徳島県第2回基礎学力テスト〕

2. 右下の①〜④のグラフは関数 $y = ax^2$ のグラフで、左下のあ〜えをもとに書いたものです。次の(1),(2) の問いに答えなさい。



条件
あ $x = 4$ のとき、$y = 4$ である。
い $x = -6$ のとき、$y = -6$ である。
う x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は 4 である。
え x の値が 1 から 3 まで増加するとき、y の増加量は -4 である。

(1) 条件あの関数の式を求めなさい。また、この関数で x の変域が $-2 \leqq x \leqq 6$ のとき、y の変域を求めなさい。

(2) ①〜④のそれぞれのグラフが、条件あ〜えのどの関数のグラフなのか、それぞれ記号で答えなさい。

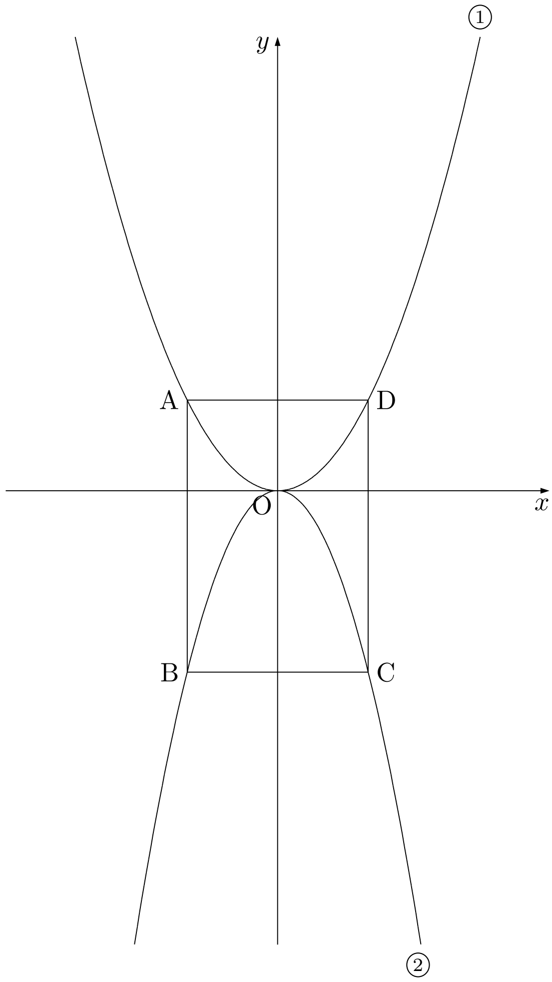
〔H19 年徳島県第 2 回基礎学力テスト〕

3. 右の図のように、2つの関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2 \cdots$ ①, $y = -x^2 \cdots$ ② のグラフがあります。これらのグラフ上に 4 点 A,B,C,D をとり、四角形 ABCD が長方形になるようにします。次の (1),(2) に答えなさい。

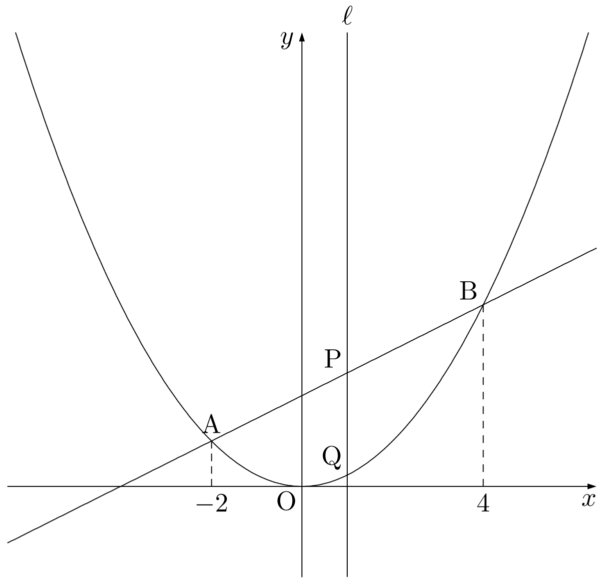
(1) 点 D の x 座標が 2 のとき、長方形 ABCD の面積を求めなさい。ただし、1 目盛り 1 cm とします。

(2) 四角形 ABCD が正方形になるとき、点 D の座標を求めなさい。

〔H18 年徳島県第 3 回基礎学力テスト〕



4. 右の図のように、関数 $y=ax+b$(a,b は定数) と、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフがあります。点 A,B は、2 つのグラフの交点で、それぞれの x 座標は、$-2,4$ です。また、直線 ℓ は、y 軸に平行な直線で、2 つのグラフとの交点をそれぞれ点 P,Q とします。このとき、次の (1)〜(4) に答えなさい。



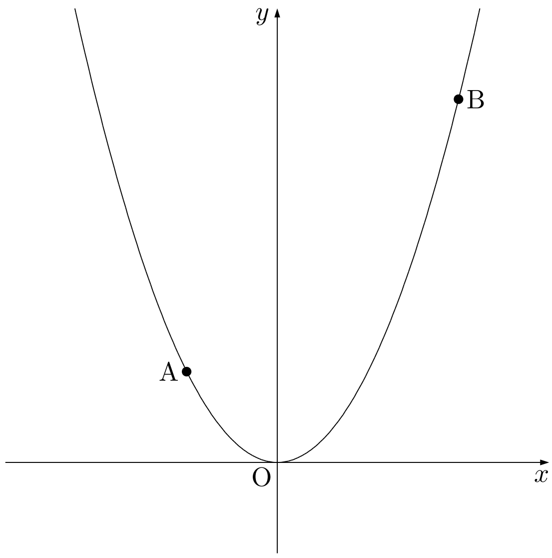
(1) 点 A,B の y 座標をそれぞれ求めなさい。

(2) a,b の値をそれぞれ求めなさい。

(3) 直線 ℓ が線分 AB と交わるとき、次の①,②に答えなさい。
① 点 P の x 座標を t とするとき、PQ の長さを t を使った式で表しなさい。
② PQ の長さが 2 になるとき、点 P の座標をすべて求めなさい。

〔H18 年徳島県第 2 回基礎学力テスト〕

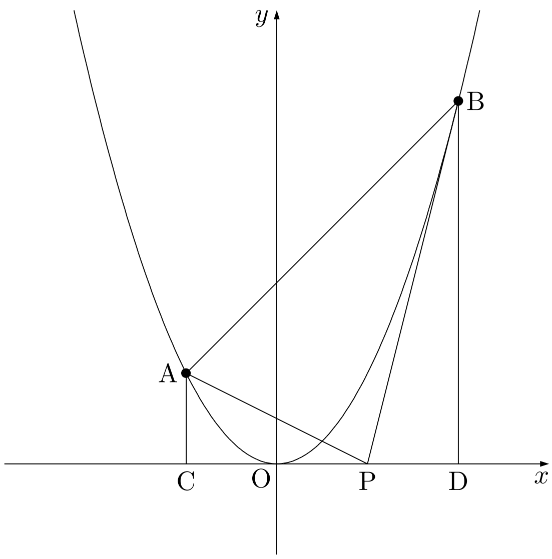
5. 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に、2 点 A,B があります。点 A の座標が $(-2,2)$, 点 B の x 座標が 4 であるとき、次の (1)〜(3) に答えなさい。



(1) 関数 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

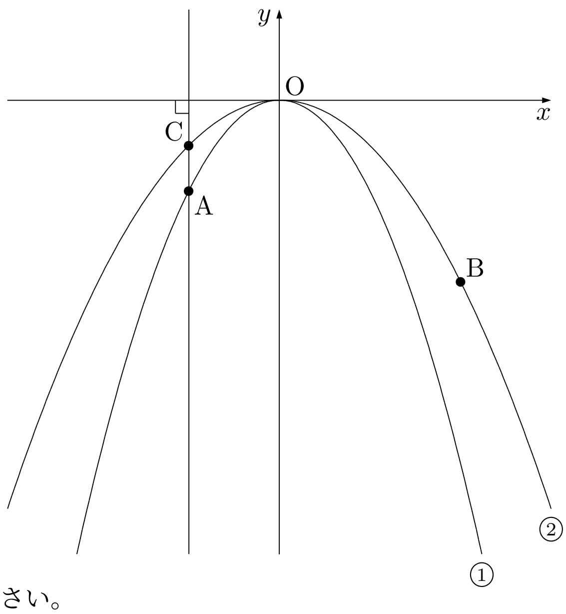
(2) x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき、y の変域を求めなさい。

(3) 下の図のように、2 点 A,B からそれぞれ x 軸にひいた垂線との交点を点 C,D とします。点 P が x 軸上の点 C と D の間にあり、△APB の面積が四角形 ACDB の面積の半分にあるときの点 P の座標を求めなさい。



〔H17 年徳島県第 2 回基礎学力テスト〕

6. 下の図のように、2 つの関数 $y = -\dfrac{1}{2}x^2 \cdots$ ① と $y = ax^2 \cdots$ ② のグラフがある。点 A$(-2, -2)$ は①のグラフ上の点で、点 B$(4, -4)$ は②のグラフ上の点である。点 C は、点 A から x 軸上にひいた垂線と②のグラフとの交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 2 点 B,C を通る直線の式を求めなさい。

(3) x 軸上を動く点 P がある。△ABP の周の長さが最も短くなるときの四角形 ACPB の面積を求めなさい。ただし、1 目盛りを 1 cm とする。

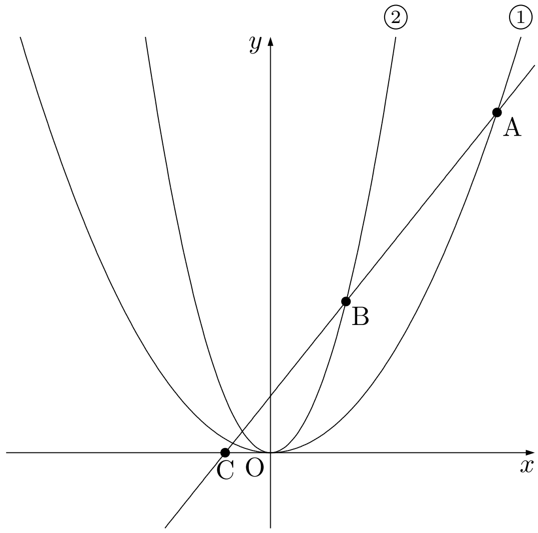
〔H17 年徳島県第 3 回基礎学力テスト〕

7. 右の図は、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2 \cdots$ ① と放物線 $y = x^2 \cdots$ ② のグラフです。図のように、①のグラフ上に点 A、②のグラフ上に点 B があり、2 点 A,B の x 座標がそれぞれ 6,2 であるとき、次の (1)〜(3) に答えなさい。

(1) グラフ上の点 A と点 B の座標を求めなさい。

(2) 2 点 A,B を通る直線の式を求めなさい。

(3) 直線 AB と x 軸との交点を C とするとき、△ACO の面積を求めなさい。ただし、座標 1 目盛りを 1 cm とする。



〔H16 年徳島県第 2 回基礎学力テスト〕

8. 右の図のように、関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 P,Q で交わり、点 P,Q の x 座標はそれぞれ $-2, 1$ である。また、直線 ℓ と y 軸との交点を R とする。

このとき、次の (1),(2) に答えなさい。

(1) 点 P の y 座標が 4 のとき、次の①,②に答えなさい。

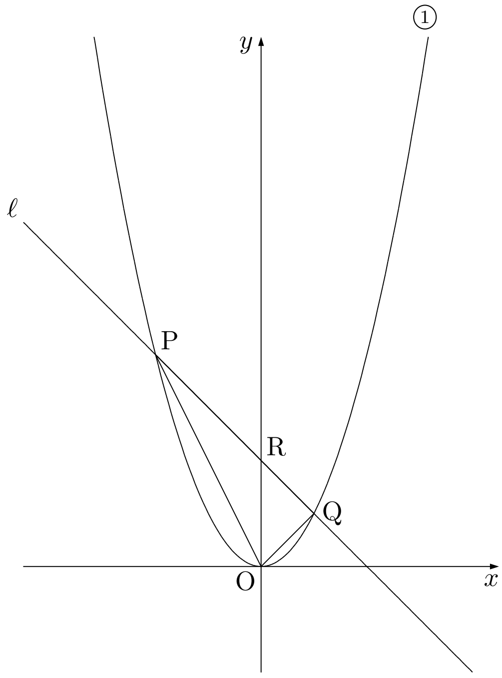
① 点 Q の y 座標を求めなさい。

② 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) 点 P の y 座標が 8 のとき、次の①,②に答えなさい。

① $\triangle$POQ の面積を求めなさい。

② $\triangle$POR を y 軸を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。



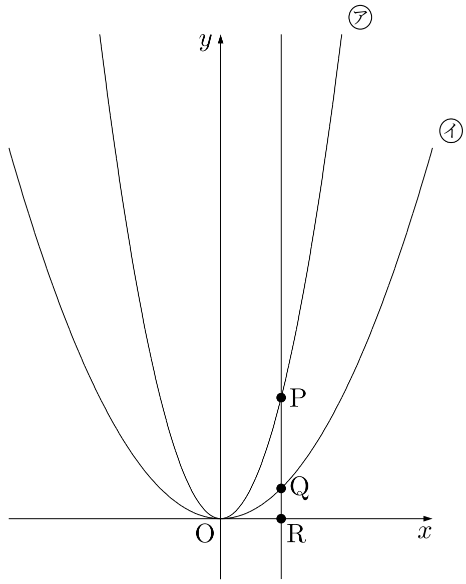
〔H20 年徳島県徳島北高校前期試験〕

9. 右の図は、放物線 $y=x^2\cdots$ ㋐,$y=ax^2(0<a<1)\cdots$ ㋑ のグラフである。㋐のグラフ上にあって、x 座標が正である点 P をとり、点 P を通って y 軸に平行な直線と㋑のグラフとの交点を Q,x 軸との交点を R とする。次の (1)〜(3) の問いに答えなさい。

(1) 点 P の x 座標が 4 のとき、次の①,②に答えなさい。
① 点 P の y 座標を求めなさい。
② PQ:QR$=3:1$ となるときの a の値を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標を t とするとき、PQ の長さを a と t を使って表しなさい。

(3) 四角形 PSTQ が正方形になるように㋐,㋑のグラフ上にそれぞれ点 S,T をとる。$a=\dfrac{1}{3}$ のとき、P の x 座標の値を求めなさい。



〔H22 年徳島県第 3 回基礎学力テスト〕

10. 右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと長方形 ABCD があります。辺 AB,AD はそれぞれ y 軸,x 軸と平行で、AB=6 になっています。また、点 A,D は関数 $y = ax^2$ のグラフの上にあり、点 D の座標は (4,8) です。次の問いに答えなさい。

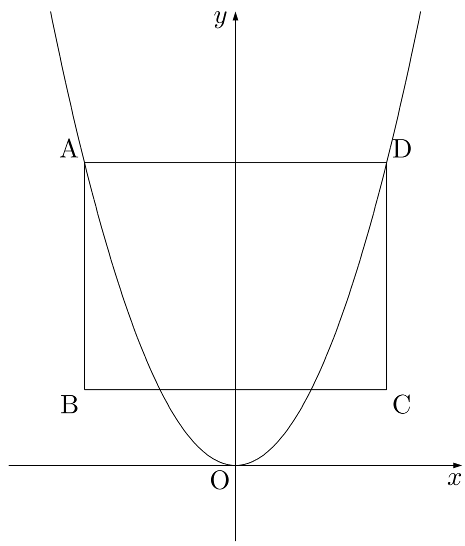
(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 A の座標を求めなさい。

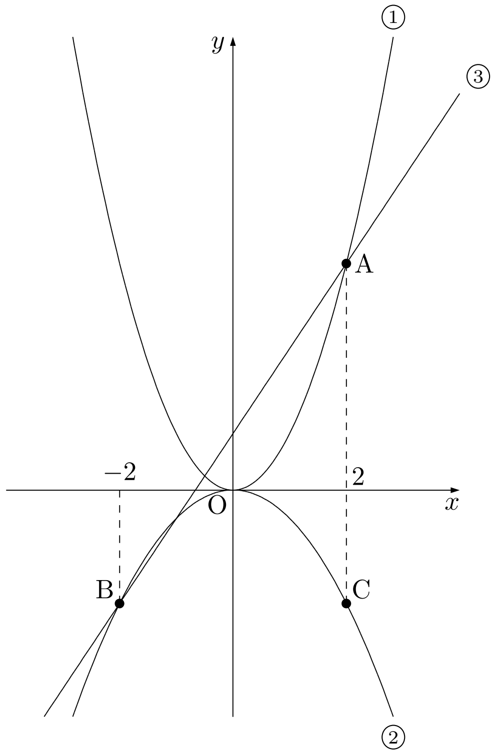
(3) 長方形 ABCD の面積を求めなさい。

(4) 2 点 B,D を通る直線の式を求めなさい。

〔H20 年徳島県第 2 回基礎学力テスト〕



11. 下の図は、関数 $y = x^2 \cdots$① のグラフ、と放物線 $y = ax^2 \cdots$②$(a < 0)$ のグラフ、関数 $y = \dfrac{3}{2}x + 1 \cdots$③ のグラフである。点 A は放物線①と直線③との交点の 1 つで、x 座標は 2、点 B は放物線②と直線③との交点の 1 つで、x 座標は -2, 点 C は放物線② 上にあり、x 座標は 2 である。次の (1)〜(4) に答えなさい。



(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 放物線①について、x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) a の値を求めなさい。

(4) 線分 AB 上に点 D をとり、△ADC の面積と△BDC の面積が等しくなるようにする。このとき、点 D の座標を求めなさい。