

30 18分 25

$f(x) = \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) を考える。ただし、対数は自然対数である。

- (1)  $f(x) = 0$  の解を求めなさい。
- (2)  $f'(x)$  を求めなさい。
- (3)  $f(x)$  の増減表を完成させなさい。 $f(x)$  に極大値、極小値があれば、それらも書きなさい。
- (4)  $f(3)$  と  $f(\pi)$  の大小を判定し、その根拠を述べなさい。
- (5)  $3^\pi$  と  $\pi^3$  の大小を判定し、その根拠を述べなさい。
- (6)  $m^n = n^m$  および  $0 < m < n$  を満たす整数の組  $(m, n)$  をすべて求めなさい。

[日本大] 改

(1)  $f(x) = 0$  すなわち  $\log x = 0$  より  $x = 1$

(2)  $f'(x) = \frac{1 \cdot x - \log x}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$       $\therefore f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$

(3)

$x$	$\dots$	$e$	$\dots$
$f(x)$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$

$x = e$  において極大値  $\frac{1}{e}$  をとる  
極小値はなし

(4)  $x \geq e$  からは  $f(x)$  は減少関数であるから  
 $f(3) > f(\pi)$

(5) 41 74  $f(3) = \frac{\log 3}{3} > f(\pi) = \frac{\log \pi}{\pi}$

$\frac{\log 3}{3} > \frac{\log \pi}{\pi}$

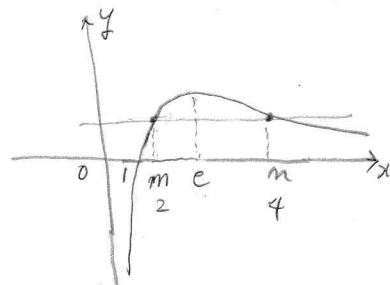
$\pi \log 3 > 3 \log \pi$   
 $\log 3^\pi > \log \pi^3$

$\therefore 3^\pi > \pi^3$

(6)

$n \log m = m \log n$

$\frac{\log m}{m} = \frac{\log n}{n} \rightarrow f(m) = f(n)$



$1 < x < e$  とする整数は 2 しか存在しない。

1

数楽 <http://www.mathtext.info/>

$\uparrow$   
増える。

$m = 2$  と  $n = 3$  と

$2^m = n^2$       $n = 4$

$(m, n) = (2, 4)$