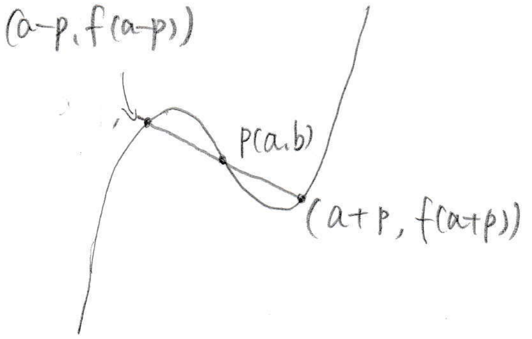
3C微分29

第2次導関数をもつ関数 $y=f(x)$ のグラフ C が C 上の1点 $\mathrm{P}(a,b)$ に関して対称ならば, $f''(a)=0$ であることを証明せよ。 〔お茶の水大〕



ここで左図において

$b=f(a)$ であり

グラフが P について対称なら

$$\frac{f(a-p)+f(a+p)}{2}=f(a)$$ を示せばよい

(∵ p は任意の実数)

先の式より

$f(a-p)+f(a+p)=2f(a)$ これを p で微分すると

$-f'(a-p)+f'(a+p)=0$ もう1度 p で微分すると

$f''(a-p)+f''(a+p)=0$

これは $p=0$ でも成り立つので $p=0$ とすると

$f''(a)+f''(a)=0$

$2f''(a)=0$ より $f''(a)=0$