



曲線 $y = \cos 3x$ 上の点 $P(t, \cos 3t)$ における法線が y 軸と交わる点の y 座標を $f(t)$ とするとき、 $\lim_{t \rightarrow 0} f(x)$ の値を求めよ。 [東京医歯大]

$$y' = -3 \sin 3x$$

∴ 点 P における法線の傾きは

$$\frac{1}{-3 \sin 3t} \quad \text{∴ 点 } P \text{ における法線の傾きは}$$

$$y = \frac{1}{-3 \sin 3t} (x - t) + \cos 3t \quad (\because \text{点 } P \text{ における法線})$$

$$y = \frac{1}{-3 \sin 3t} x - \frac{t}{-3 \sin 3t} + \cos 3t$$

∴

$$f(t) = -\frac{t}{-3 \sin 3t} + \cos 3t$$

∴

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} f(t) &= \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ -\frac{t}{-3 \sin 3t} + \cos 3t \right\} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \left(-\frac{\frac{t}{3t}}{3 \frac{\sin 3t}{3t}} \right) + \lim_{t \rightarrow 0} \cos 3t \\ &= -\frac{\frac{1}{3}}{3} + 1 \\ &= -\frac{1}{9} + 1 \\ &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

