3C不等 5

$x > 0$ のとき, $(x-2)e^x + x + 2 > 0$ を証明せよ。

$f(x) = (x-2)e^x + x + 2$ とおくと

$f'(x) = e^x + e^x(x-2) + 1$

$\quad = xe^x - e^x + 1$

ちなみに

$f''(x) = e^x + xe^x - e^x$

$\quad = xe^x$ $\quad x > 0$ のとき

$f''(x) > 0$ である.

よって $f'(x)$ は $x \geqq 0$ で $f'(x) \geqq 0$ であり $f(0) = 0$ だから

$x > 0$ で $f'(x) > 0$ となる

つまり $f'(x)$ は $x > 0$ で $f(x) > 0$

よって

$(x-2)e^x + x + 2 > 0$