

関数 $f(x)$ は、次の等式を満たしているとする。

$$f(x) = 1 + \int_0^1 xte^{x+t} f(t) dt$$

このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 定積分 $\int_0^1 te^t dt$, $\int_0^1 t^2 e^{2t} dt$ を、それぞれ求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の増減と極値、曲線 $y = f(x)$ の凹凸と変曲点を調べ、その概形をえがけ、ただし、 $e > 2.7$, $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ であることは用いてよい。

〔宮城教育大〕