



30 9 5 7 4

関数 $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x}$ について次の問いに答えよ。

- (1) $f'(x)$ および $f''(x)$ を求めよ。
 (2) $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフをかけ。
 (3) $\int_{-1}^2 f(x) dx$ を求めよ。

[東北学院大]

$$\begin{aligned} (1) \quad f(x) &= 2x e^{-x} - (x^2 - 1)e^{-x} \\ &= -e^{-x}(x^2 - 2x - 1) \quad \therefore f'(x) = -e^{-x}(x^2 - 2x - 1) \\ f''(x) &= e^x(x^2 - 2x - 1) - e^x(2x - 2) \\ &= e^x(x^2 - 4x + 1) \quad f''(x) = e^x(x^2 - 4x + 1) \end{aligned}$$

(2) $f'(x) = 0$ とおくと

$$e^{-x} > 0 \text{ より } x^2 - 2x - 1 = 0 \text{ とおくと } (x-1)^2 - 2 = 0 \quad x = 1 \pm \sqrt{2} \quad \text{極値をとる}$$

$f''(x) = 0$ とおくと

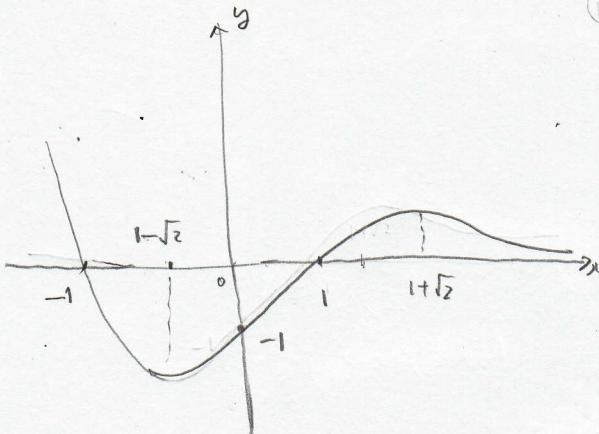
$$e^x > 0 \text{ より } x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ とし } (x-2)^2 - 3 = 0 \quad x = 2 \pm \sqrt{3} \text{ が変曲点をとる}$$

x	...	$1-\sqrt{2}$...	$2-\sqrt{3}$...	$1+\sqrt{2}$...	$2+\sqrt{3}$...
$f(x)$	-	0	+	+	+	0	-	-	-
$f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-	0	+
$f''(x)$	→	↘	↗	↗	↗	↘	↘	↘	↘

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

7.2 9 5 7 1 7



$$(1-\sqrt{2})^2 \quad (2) \quad \int_{-1}^2 (x^2 - 1)e^{-x} dx$$

$$\begin{aligned} &= [-e^{-x}(x^2 - 1)]_{-1}^2 + \int_{-1}^2 2xe^{-x} dx \\ &= [-e^{-x}(x^2 - 1)]_{-1}^2 + [-2xe^{-x}]_{-1}^2 + \int_{-1}^2 2e^{-x} dx \\ &= [-e^{-x}(x^2 - 1)]_{-1}^2 + [-2xe^{-x}]_{-1}^2 + [-2e^{-x}]_{-1}^2 \\ &= -3e^{-2} - 4e^{-2} - 2e^{-2} - 2e^{-2} + 2e^{-1} \\ &= -9e^{-2} \end{aligned}$$

$-9e^{-2}$

