

3094578

関数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$ について以下の問いに答えよ。

- (1) $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で $y = f(x)$ の増減を調べて、グラフをかけ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフを $0 \leq x \leq \pi$ の部分と、 x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

[東北学院大]

1) $f'(x) = \cos x + \cos 2x$

2) $f'(x) = \cos x + 2\cos 2x - 1$
 $= 2\cos^2 x + \cos x - 1$
 $= (2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

増減表を書く

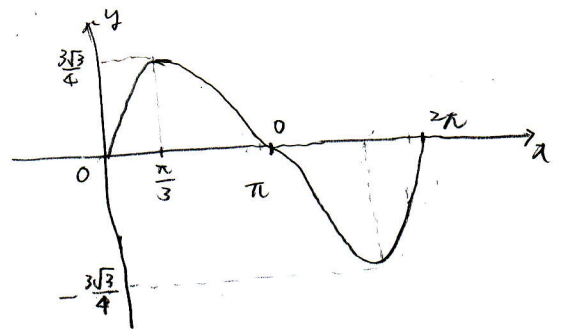
x	...	$\frac{\pi}{3}$...	π	...	$\frac{5\pi}{3}$...
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	\searrow	0	\searrow	$-\frac{3\sqrt{3}}{4}$	\nearrow

$\therefore f'(x) = 0$ とおくと $x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

$f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$f(\pi) = 0$

$f(\frac{5\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$



3) $\int_0^{\pi} \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \, dx = [-\cos x]_0^{\pi} + [-\frac{1}{4} \cos 2x]_0^{\pi}$
 $= \{1 - (-1)\} + \{-\frac{1}{4} - (-\frac{1}{4})\}$
 $= 2$

$\therefore \frac{2}{\pi}$