

$f(x), g(x)$ が多項式で $g(a) \neq ag'(a)$ のとき

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{af(x) - xf(a)}{ag(x) - xg(a)} = \square$$

である。 ($a, f(a), g(a), f'(a), g'(a)$ 等で表すこと)

[小樽商大]

$x - a = h$ とおき、 $h \rightarrow 0$ に近づくことを考えると

$x = h + a$ より

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{af(h+a) - (h+a)f(a)}{ag(h+a) - (h+a)g(a)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{af(h+a) - af(a) - hf(a)}{ag(h+a) - ag(a) - hg(a)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a \cdot \frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f(a)}{a \cdot \frac{g(a+h) - g(a)}{h} - g(a)} \\ &= \frac{af(a) - f(a)}{ag'(a) - g(a)} \end{aligned}$$