

30 微分と不定形

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \log(x+2) - \log x \}$ を求めよ。

[防衛医大]

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1-e^{2x-2}} = \square$ である。

[東海大]

(1)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \log \left(\frac{x+2}{x} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x \\ &= e^2 \end{aligned}$$

(2)

$x-1=t$ とおくと $t \rightarrow 0$ として考えよ

$x = t+1$ より

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1-e^{2x-2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{1-e^{2t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-1}{1+e^{2t}} \cdot \frac{t}{e^{2t}-1} \quad \because \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t-1}{t} = 1$$

$$= -\frac{1}{2}$$