

(1) 区間 $0 < x < \pi$ 上の関数 $\log(\sin x)$ の第2次導関数を求めよ。

〔信州大〕

(2) $f(x) = e^{x^2} \sin 2x$ の第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

〔山梨医大〕

$$(1) f(x) = \log(\sin x) \text{ とおく}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$f''(x) = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{-1}{\sin^2 x}$$

$$\therefore \frac{-1}{\sin^2 x}$$

(2)

$$f'(x) = 2x e^{x^2} \sin 2x + 2 e^{x^2} \cos 2x$$

$$f'(x) = 2e^{x^2} (x \sin 2x + \cos 2x)$$

$$f''(x) = 4x e^{x^2} (x \sin 2x + \cos 2x) + 2e^{x^2} (\sin 2x + 2x \cos 2x - 2 \sin 2x)$$

$$= 2e^{x^2} (2x^2 \sin 2x + 2x \cos 2x - \sin 2x + 2x \cos 2x)$$

$$= 2e^{x^2} \{ (2x^2 - 1) \sin 2x + 4x \cos 2x \}$$

$$\therefore \underline{f''(x) = 2e^{x^2} \{ (2x^2 - 1) \sin 2x + 4x \cos 2x \}}$$