



3c 6772241/07

x, y の関数関係が t を変数として、次の式で与えられているとき、 $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。

(1) $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, y = \frac{2t}{1+t^2}$

(2) $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) (a \neq 0)$

(1) $\frac{dx}{dt} = \frac{-2t(1+t^2) - 2t(1-t^2)}{(1+t^2)^2} = -\frac{4t}{(1+t^2)^2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{2(1+t^2) - 2t \cdot 2t}{(1+t^2)^2} = \frac{2-2t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} / \frac{dx}{dt} = \frac{2(1-t^2)}{(1+t^2)^2} \cdot \frac{(1+t^2)^2}{-4t} = -\frac{1-t^2}{2t}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{t^2-1}{2t}$

(2) $\frac{dx}{dt} = a(1 - \cos t) \quad \frac{dy}{dt} = a \sin t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} / \frac{dx}{dt} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
 $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$
 $(\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta)$

$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

$= \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \sin^2 \frac{t}{2}}$
 $= \frac{\cos \frac{t}{2}}{\sin \frac{t}{2}} = \tan \frac{t}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan \frac{t}{2}} \quad (\cot \frac{t}{2})$

