

3c 極値10

(1) 関数 $f(x) = x - e + x \log x$ ($x > 0$) の増減を調べよ。

なお、必要ならば $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ を利用してもよい。

(2) (1) の結果を利用して、方程式 $f(x) = 0$ の解の個数を求めよ。

[東京農工大]

①) $f'(x) = 1 + x \cdot \frac{1}{x} + \log x$

$f'(x) = 2 + \log x$ $f'(x) = 0$ とすると $x = e^{-2}$ で極値をとる

x	0	∞	$\frac{1}{e^2}$	∞
$f'(x)$	/	-	0	+
$f(x)$	/	↘	極小	↗

$$f\left(\frac{1}{e^2}\right) = \frac{1}{e^2} - e - \frac{2}{e^2}$$

$$= -e - \frac{1}{e^2} \quad \text{極小値}$$

(2)

①) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -e < 0$

であり、 x が増加するにつれて $f(x)$ は減少していき

$x = \frac{1}{e^2}$ で極小値をとる。 $x > \frac{1}{e^2}$ で $f(x)$ は増加に転じる。

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ より x 軸で1つ交点をもつことが分かる。

従って $f(x) = 0$ に対する実数解は1つである。