



3 maxima



関数  $f(x) = a(x - \sin 2x)$  ( $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) の最大値が  $\pi$  であるように  $a$  の値を定めよ。

$f(x)$  は奇関数であるから、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  だけ調べて

絶対値で比べればいい

$$f'(x) = a - 2a \cos 2x$$

$$f'(x) = 0 \text{ と } f'(x) < 0 \text{ かつ } \cos 2x = \frac{1}{2} \quad 2x = \frac{\pi}{3} \text{ より } x = \frac{\pi}{6}$$

$a > 0$  とし

$$f(0) = 0, \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi a}{2}$$

$$\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a < \frac{\pi a}{2} \text{ で増減表は}$$

$x$	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$			-	+	
$f(x)$	0		$\downarrow$ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$\uparrow$	$\frac{\pi a}{2}$

$\therefore a > 0$  とし  $x = \frac{\pi}{2}$  が最大値

$$\frac{\pi a}{2} = \pi \quad \therefore \frac{\pi a}{2} = \pi \text{ より } a = 2 \dots \textcircled{1}$$

また  $a < 0$  とし上と同様に

$x$	0	...	$\frac{\pi}{6}$	...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$			+	-	
$f(x)$	0		$\uparrow$ $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$	$\downarrow$	$\frac{\pi a}{2}$

$\therefore a < 0$  とし  $x = -\frac{\pi}{2}$  が最大値

$$-\frac{\pi a}{2} = \pi \quad \therefore -\frac{\pi a}{2} = \pi \text{ より } a = -2 \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a < \left|\frac{\pi a}{2}\right|$$

①、② より

$$\underline{a = \pm 2}$$

