

3C 積分 12

xy 平面において、曲線 $y = \frac{1}{x}$ の点 $(1, 1)$ における接線を l 、点 $(2, \frac{1}{2})$ における接線を m とする。

(1) 直線 l と m の方程式を求めよ。

(2) 曲線 $y = \frac{1}{x}$ と 2 直線 l, m とで囲まれる部分の面積を求めよ。

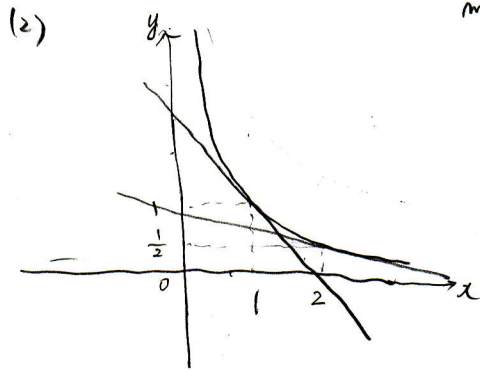
[愛知工大]

1) $y' = -\frac{1}{x^2}$

l け $y = -(x-1)+1$ $\therefore l: y = -x+2$

m け $y = -\frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{2}$ $m: y = -\frac{1}{4}x + 1$

$\therefore l: y = -x+2, m: y = -\frac{1}{4}x+1$



m と l の交点の座標は

$-x+2 = -\frac{1}{4}x+1$

$-\frac{3}{4}x = -1 \quad x = \frac{4}{3}$

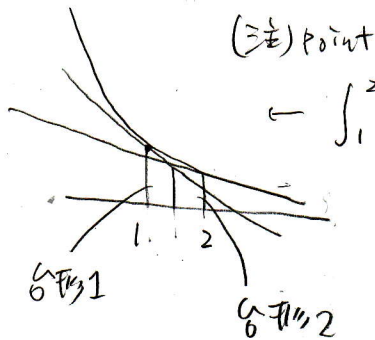
\therefore 求める面積は

$\int_1^{\frac{4}{3}} (\frac{1}{x} + x - 2) dx + \int_{\frac{4}{3}}^2 (\frac{1}{x} + \frac{1}{4}x - 1) dx$

$= [\log x + \frac{1}{2}x^2 - 2x]_1^{\frac{4}{3}} + [\log x + \frac{1}{8}x^2 - x]_{\frac{4}{3}}^2$

$= \log \frac{4}{3} + \frac{8}{9} - \frac{8}{3} - (\log 1 + \frac{1}{2} - 2) + \log 2 + \frac{1}{2} - 2 - (\log \frac{4}{3} + \frac{2}{9} - \frac{4}{3})$

$= \log 2 - \frac{2}{3}$ ← 対称性? $\therefore \log 2 - \frac{2}{3}$



(注) point

$\leftarrow \int_1^2 \frac{1}{x} dx$ を求めて

台形 2 つに分けて計算!