

3C 複合問

関数  $f(x) = \log\left(\frac{1+x^2}{2}\right)$  を考える。

- (1)  $f(x) = 0$  を満たす  $x$  を求めなさい。
- (2)  $y = f(x)$  の増減と凹凸を調べ、グラフを描きなさい。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれる図形を  $y$  軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めなさい。

4)  $f(x) = \log(1+x^2) - \log 2 \quad \because 1+x^2 > 0$  [龍谷大]

よ  $1+x^2 = 2 \quad x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1$   $x = \pm 1$

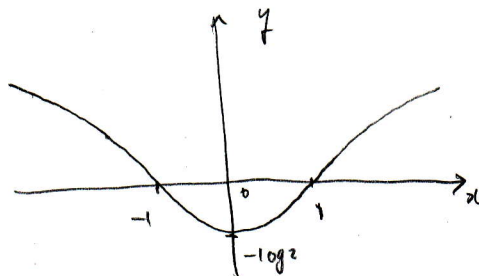
(2)  $f(x) = \log(1+x^2) - \log 2$  とし

$$f'(x) = \frac{(1+x^2)'}{1+x^2} = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(1+x^2) - 2x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{-2x^2 + 2}{(1+x^2)^2} = \frac{-2(x+1)(x-1)}{(x^2+1)^2}$$

増減表とくと

$x$	...	-1	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	-	-	0	+	+	+
$f''(x)$	-	0	+	+	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	0	$\searrow$	$\log 2$	$\nearrow$	0	$\nearrow$



変曲点は  $(-1, 0)$   $(1, 0)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  とおさ

(3) 求める体積を  $V$  とおさ

$V = \int_{-\log 2}^0 x^2 \pi dy$  とおさ  $y = \log\left(\frac{1+x^2}{2}\right)$  より  $e^y = \frac{1+x^2}{2}$  とおさ  
 $x^2 = 2e^y - 1$

$$V = \pi \int_{-\log 2}^0 (2e^y - 1) dy = \pi [2e^y - y]_{-\log 2}^0$$

$$= \pi \{ 2 - (-1 + \log 2) \}$$

$$= \pi (1 - \log 2)$$

求める体積は  $(1 - \log 2)\pi$