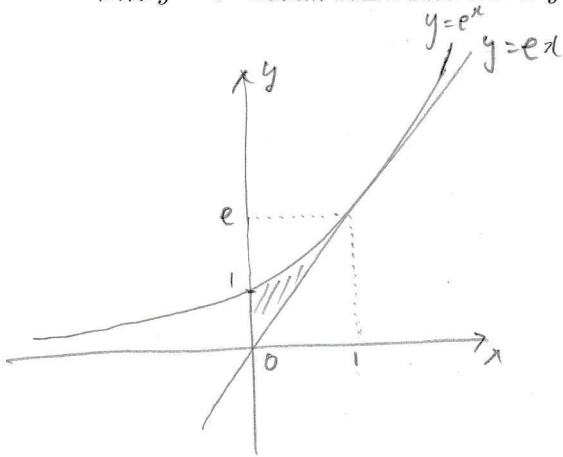


30 積分 70

曲線 $y = e^x$ と原点を通る接線および y 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。

[東海大]



求める面積を可示可と左図の如く

$y' = e^x$ で 曲線と接線の接点を

(t, e^t) とすると

接線の式は

$y = e^t(x - t) + e^t$ であるが、これは

原点を通ることから $(0, 0)$ を代入すると

$$0 = -t e^t + e^t \quad \text{となり}$$

$$e^t(1 - t) = 0 ; e^t > 0 \text{ であることから } t = 1 \text{ となる}$$

よって原点を通る接線と曲線の接点は $(1, e)$ となる

接線の式は $y = e x$ となり、求める面積を S とすると、

$$S = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e x dx$$

$$= [e^x]_0^1 - \left[\frac{e}{2} x^2 \right]_0^1$$

$$= e - 1 - \frac{e}{2}$$

$$= \frac{e}{2} - 1$$

よって求める面積は $\frac{e}{2} - 1$