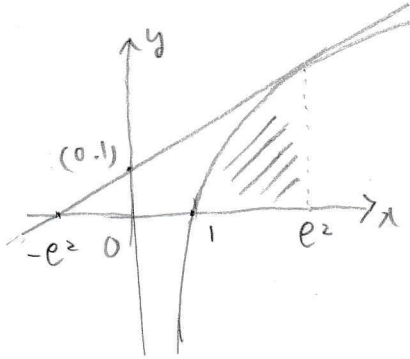


# 3(積分)

曲線  $y = \log x$  と、点  $(0, 1)$  を通るこの曲線の接線と、 $x$  軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。  
[東京商船大]

$y' = \frac{1}{x}$  曲線上の点を  $(a, \log a)$  とすると



接線の式は

$$y = \frac{1}{a}(x-a) + \log a$$

$$y = \frac{1}{a}x + (\log a - 1) \quad \text{= 点 } (0, 1) \text{ を}$$

通ることから

$$1 = \log a - 1$$

$$\log a = 2 \quad \therefore a = e^2$$

接点の座標は  $(e^2, 2)$  となり、その接線の式は  $y = \frac{1}{e^2}x + 1$  である。

接線と  $x$  軸との交点は  $(-e^2, 0)$

よって求める面積  $S$  は

$$S = \int_{-e^2}^{e^2} \left(\frac{1}{e^2}x + 1\right) dx - \int_1^{e^2} \log x \, dx$$

$$= 2 \int_0^{e^2} dx - \int_1^{e^2} \log x \, dx$$

$$= 2[x]_0^{e^2} - [x \log x - x]_1^{e^2}$$

$$= 2e^2 - \{(2e^2 - e^2) - (0 - 1)\}$$

$$= e^2 - 1$$