

30 積分 93

点 $(0, 1)$ から曲線 $C: y = \log_2 x$ に引いた接線を l とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数である。

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C , 接線 l , x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

[岩手大]

1) 曲線 C 上の接点 $P(t, \log_2 t)$ とする

$y' = \frac{1}{x}$ より 点 P を通る接線は

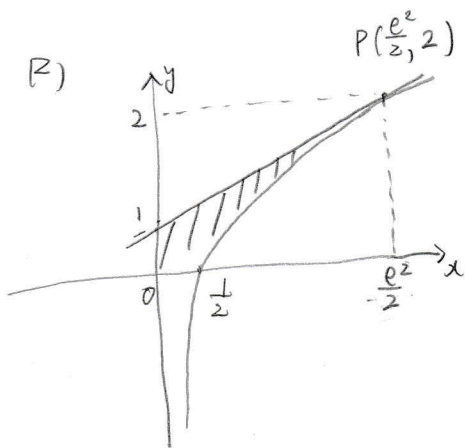
$$y = \frac{1}{t}(x-t) + \log_2 t$$

$$y = \frac{1}{t}x + \log_2 t - 1 \quad \text{このが } (0, 1) \text{ を通るから}$$

$$1 = \log_2 t - 1, \quad \log_2 t = 2 \quad \text{よあるから}$$

$$2t = e^2 \quad \therefore t = \frac{e^2}{2} \quad \text{ゆえに接線の式は}$$

$$y = \frac{2}{e^2}x + 1$$



求める面積を S とすると

$$S = (1+2) \times \frac{e^2}{2} \times \frac{1}{2} - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e^2}{2}} \log_2 x dx$$

$$= \frac{3}{4}e^2 - \left[x \log_2 x - x \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{e^2}{2}}$$

$$= \frac{3}{4}e^2 - \left\{ \left(e^2 - \frac{e^2}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{2}$$