

微分方程式2

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = y^2 - y$ を解け。

[横浜市大]

与式より

$$\frac{dy}{y(y-1)} = dx \quad \text{与式より}$$

$$\int \left(\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y} \right) dy = \int dx \quad \text{与式より}$$

$$\log|y-1| - \log|y| = x + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$$\log\left|1 - \frac{1}{y}\right| = \log e^{x+C}$$

$$1 - \frac{1}{y} = \pm e^{x+C}$$

$$y - 1 = \pm e^C e^x y$$

$$y - a e^x y = 1$$

$$y(1 - a e^x) = 1$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - a e^x} \quad (\because a = \pm e^C)$$