

物理3

原点Oを中心とする半径rの円周上を角速度 $\omega(\omega > 0)$ で回転する点Pの時刻tにおける座標は、

$x = r \sin \omega t, y = r \cos \omega t$

で与えられる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) Pの速度 $\vec{v}$ , 加速度 $\vec{a}$ について、その大きさを求めよ。
(2)  $\vec{v} \perp \vec{a}$ であることを証明せよ。

(1)  $\vec{v} = (\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})$

$\vec{v} = (-r\omega \cos \omega t, r\omega \sin \omega t)$

$|\vec{v}| = \sqrt{r^2 \omega^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)} = r\omega$

$\vec{a} = (-r\omega^2 \sin \omega t, -r\omega^2 \cos \omega t)$

$|\vec{a}| = \sqrt{(r\omega^2)^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)} = r\omega^2$

答 { |\vec{v}| = r\omega
|\vec{a}| = r\omega^2 }

(2)  $\vec{v} \cdot \vec{a} = r^2 \omega^3 \sin \omega t \cos \omega t - r^2 \omega^3 \sin \omega t \cos \omega t = 0$

∴  $\vec{v}$  と  $\vec{a}$  の内積が0であるから

$\vec{v} \perp \vec{a}$  である。