

$A = \begin{pmatrix} 4 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix}$ に対して $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ が成り立つとき, 次の問いに答えよ。

(1) $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1, a > 0, d > 0$ を満たす実数 a, b, c, d を求めよ。

(2) $(A^3 + 2A) \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ を満たす実数 k を求めよ。

(3) $A^n \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ を求めよ。ただし, n は自然数とする。

〔岩手大〕