ごうかく!

極限21 あ

次の等式を成り立たせる0でない定数 a, b を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^3-x^2-ax+b}{x^2-x-6}=\frac{16}{5}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3+ax^2+bx+1}{x-1}=2$

〔(2) 弘前大〕

(1)

$\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^3-x^2-ax+b}{(x-3)(x+2)}$ …① 分母 $=0\to$ 分子 $=0$

$27-9-3a+b=0$　　$b=3a-18$

分子

$x^3-x^2-ax+3a-18$

$=(x-3)(x^2+2x+6-a)$ より

$$
\begin{array}{r}
x^2+2x+6-a \\
x-3\,\overline{)\,x^3-x^2-ax+3a-18} \\
\underline{x^3-3x^2} \\
2x^2-ax \\
\underline{2x^2-6x} \\
(6-a)x+3a-18 \\
\underline{(6-a)x\ \ 3a-18} \\
0
\end{array}
$$

①は

$\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2+2x+6-a}{x+2}$

$\displaystyle=\frac{21-a}{5}=\frac{16}{5}$

$\therefore$ $a=5$, $b=-3$

(2) 分母 $=0\to$ 分子 $=0$　$1+a+b+1=0$　$b=-a-2$

$x^3+ax^2-(a+2)x+1$

$=(x-1)\{x^2+(a+1)x-1\}$ より

$$
\begin{array}{r}
x^2+(a+1)x-1 \\
x-1\,\overline{)\,x^3+ax^2-(a+2)x+1} \\
\underline{x^3-x^2} \\
(a+1)x^2-(a+2)x \\
\underline{(a+1)x^2-(a+1)x} \\
-x+1
\end{array}
$$

与式は

$\displaystyle\lim_{x\to1} x^2+(a+1)x-1$ となり

$\therefore$ $\displaystyle\lim_{x\to1} x^2+(a+1)x-1=a+1=2$ より

$a=1$　$b=-3$