



次の等式を成り立たせる定数  $a, b$  を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{ax^2 + b} = \frac{1}{2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{ax \sin 3x + b} = \frac{3}{4}$

(1) 分母に  $x=0$  代入して  $b=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{ax^2(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{ax^2(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{a(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{a(1 + \cos x)} = \frac{1}{2a}$$

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2} \text{ より } a=1$$

$$\underline{a=1, b=0}$$

(2) 分母に  $x=0$  代入して  $b=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{ax \sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos 3x - 1)(\cos 3x + 1)}{ax \sin 3x (\cos 3x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 3x}{ax \sin 3x (\cos 3x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{-3}{a(\cos 3x + 1)}$$

$$= -\frac{3}{2a}$$

$$-\frac{3}{2a} = \frac{3}{4} \text{ より } a=-2$$

$$\underline{a=-2, b=0}$$