

問題44



数列  $\{a_n\}$  が次の式を満たしている。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

$$\frac{p^n + q^n a_n}{p^n - q^n} = \alpha \quad (\text{ただし, } q > p > 0, \alpha \text{ は定数})$$

[武蔵野工大]

$$p^n + q^n a_n = \alpha (p^n - q^n)$$

$$q^n a_n = \alpha (p^n - q^n) - p^n$$

$$a_n = \alpha \left\{ \left( \frac{p}{q} \right)^n - 1 \right\} - \left( \frac{p}{q} \right)^n$$

$$0 < p < q \text{ より}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha \left\{ \left( \frac{p}{q} \right)^n - 1 \right\} - \left( \frac{p}{q} \right)^n \\ &= -\alpha \end{aligned}$$