lim1v1−2

v

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項とその極限を求めよ。

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 1$$

$a_{n+1} + \alpha = \frac{3}{4}(a_n + \alpha)$ とおくと

$\frac{3}{4}\alpha - \alpha = 1$

$-\frac{1}{4}\alpha = 1 \quad \alpha = -4$

$\therefore$

$a_{n+1} - 4 = \frac{3}{4}(a_n - 4)$

$a_n - 4$ は初項 $a_1 - 4 = -3$ 公比 $\frac{3}{4}$ の等比数列

なので

$a_n - 4 = -3\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

$\therefore a_n = -3\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + 4$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\left\{-3\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + 4\right\}$

$= 4$