

次の式で表される曲線の長さを求めよ。

$$y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$(-1 \leq x \leq 1)$$

弧長

[標準問題]

$$L = \int_{-1}^1 \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad y = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$= \int_{-1}^1 \sqrt{1 + \frac{1}{4} (e^x - e^{-x})^2} dx$$

$$= \int_{-1}^1 \sqrt{1 + \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{-2x}} dx$$

$$= \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1}{4} (e^x + e^{-x})^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (e^x + e^{-x}) dx \rightarrow \int_0^1 (e^x + e^{-x}) dx$$

と計算するんだ!

$$= \frac{1}{2} [e^x - e^{-x}]_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(e - \frac{1}{e} \right) - \left(\frac{1}{e} - e \right) \right\}$$

$$= e - \frac{1}{e}$$