

無限級数23

無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\sin \frac{n\pi}{2}\right)^2$ の和を求めよ。

[琉球大]

$\sin \frac{n\pi}{2} = 0$ 又は 1 , 0 となるのは $n = 2m$ (m は自然数)
 1 となるのは $n = 2m-1$ (m は自然数)

∴ 奇数項限定でいいと

$$\text{和} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2m-1}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

$$\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$