

辺の長さが 1 の正三角形 ABC に対して, 円  $S_1, S_2, S_3, \dots$  を次のように定める。

- (i)  $\triangle ABC$  に内接する円を  $S_1$  とする。
- (ii) 線分 AB, 線分 AC と円  $S_1$  に接する円を  $S_2$  とする。
- (iii) 線分 AB, 線分 AC と円  $S_2$  に接する円で  $S_1$  以外のものを  $S_3$  とする。
- (iv) 線分 AB, 線分 AC と円  $S_3$  に接する円で  $S_2$  以外のものを  $S_4$  とする。
- (v) 以下同様に円  $S_5, S_6, \dots$  を定める。

次の問に答えよ。

- (1) 円  $S_1$  の面積  $m_1$  を求めよ。
- (2) 円  $S_2$  の面積  $m_2$  を求めよ。
- (3) 円  $S_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の面積を  $m_n$  とするとき  $\sum_{n=1}^{\infty} m_n$  の和を求めよ。

〔青山学院大〕