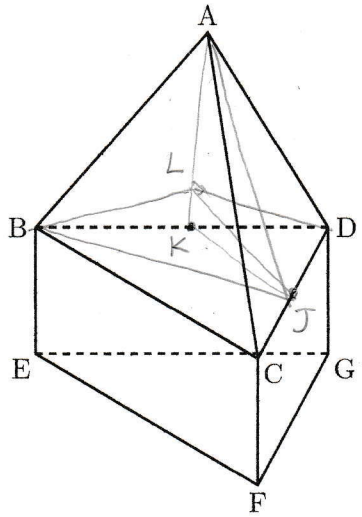
Sanrei 122

右の図は，正四面体と三角柱を合わせた形で，点 A, B, C, D, E, F, G を頂点とする立体を表している。正四面体 ABCD の 1 辺の長さは 4 cm であり，三角柱 BCDEFG の側面はすべて合同な長方形である。

次の (1)〜(3) に最も簡単な数で答えよ。

ただし，根号を使う場合は $\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。



(1) 図に示す立体において，辺 CD とねじれの位置にある辺は，全部で何本あるか答えよ。

(2) 図に示す立体において，辺 BC 上に点 H，辺 AC 上に点 I を，EH+HI+ID の長さが最も短くなるようにとる。

BE= $\sqrt{3}$ cm のとき，EH+HI+ID の長さを求めよ。

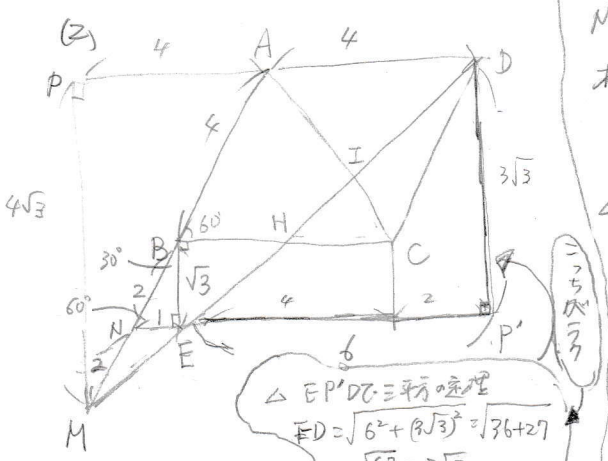
(3) 図に示す立体において，辺 CD, DB の中点をそれぞれ J, K とする。点 A と点 K を結び，点 J を通り線分 AK に垂直な直線と線分 AK との交点を L とする。

三角すい LBJD の体積は，正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

〔福岡県〕

(1) AB, BE, EG, EF の 4本

(2)



△EP'Dで三平方の定理

$ED=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{36+27}$

$=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ cm

この解き方はメンドウ

△BNEは1:2:$\sqrt{3}$の直角三角形

MN=xとおくと △MNE∽△MADとなり…①

相似比は 1:4 で MN=x MA=x+6 より

x:(x+6)=1:4 より x=2 となり AM=8 となる

△APMも1:2:$\sqrt{3}$の直角三角形より

AP=4 PM=$4\sqrt{3}$ となり △PMDで三平方の定理より

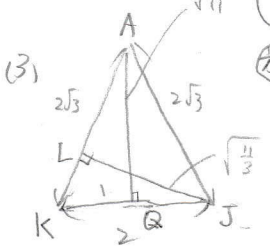
$MD^2=DP^2+PM^2=64+48=112$

よってMD=$4\sqrt{7}$ ①より ME:ED=1:3 であるから

$ED=\frac{3}{4}\times MD=\frac{3}{4}\times 4\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

ED=EH+HI+ID であるから $3\sqrt{7}$ cm

(3)



方針 すでに

△BDJは△BCDの$\frac{1}{2}$と小さいので AL:LK が分かれば体積は何倍か求まる △AKJを左図のように考えて長さを求めていく

AJ=AK=$2\sqrt{3}$，KJは中点連結定理より2，これより△AKJは二等辺三角形で，KQ=QJ=1となる これより $AQ=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}$

三角形の面積の関係より

$2\times\sqrt{11}=2\sqrt{3}\times LJ$，$LJ=\sqrt{\frac{11}{3}}$ これから $LK=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{\frac{11}{3}}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ となり $AL=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

$AL:LK=\frac{5\sqrt{3}}{3}:\frac{\sqrt{3}}{3}=5:1$ となり Lから△BCDにおろした垂線LRと正四面体ABCDの高さASの比は LR:AS=LK:AK=1:6 となり 高さは正四面体ABCDの$\frac{1}{6}$倍，底面は$\frac{1}{2}$倍なので $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ 倍…(答)