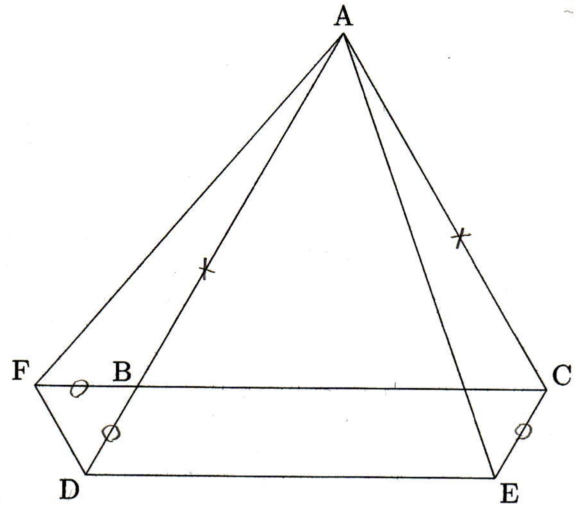
0中 合城

右の図のように、正三角形ABCの辺ABをBのほうへ延長した直線上に、点Dをとります。また、点Eを四角形CBDEが平行四辺形になるようにとり、点Dと点E、点Cと点E、点Aと点Eをそれぞれ結びます。さらに、辺BCをBのほうへ延長した直線上に、BF=BDとなる点Fをとり、点Aと点F、点Dと点Fをそれぞれ結びます。次の(1),(2)の問いに答えなさい。

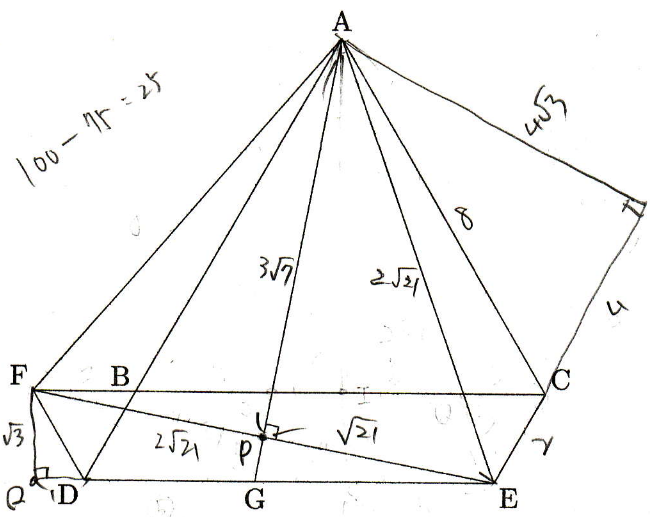



(1) △ABF ≡ △ACEであることを証明しなさい。

(2) AB=8 cm,BD=2 cmとします。右の下の図は上の図の点Fと点Eを結んだものです。また、点Aを通り、線分FEに垂直な直線を引き、線分DEとの交点をGとします。次の(ア),(イ)の問いに答えなさい。

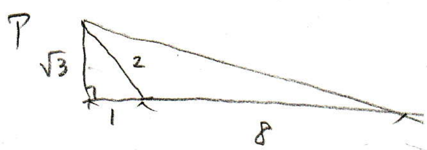
(ア) 線分FEの長さを求めなさい。

(イ) 四角形AGECの面積を求めなさい。




(1)
△ABFと△ACEで
仮定より
AB=AC …①
また BF=BD=CEより
BF=CE …②
∠ABF=∠ACE=120° …③
①,②,③より 2辺とその間の角が
それぞれ等しいので
△ABF≡△ACE

(2)
ア




$FE=\sqrt{81+3}$
$=2\sqrt{21}$ (cm)

(イ)
$AE=\sqrt{6^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{21}$ より △AFEは
正三角形
$\triangle ACE=2\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$ …①
$\triangle APE=3\sqrt{7}\times\sqrt{21}\times\frac{1}{2}=\frac{21\sqrt{3}}{2}$ …②
△FQE∽△GPE より 相似比は 9:√21 であるから
面積比は 81:21 = 27:7
$\triangle FQE=9\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$ であるから
$\triangle GPE=\frac{9\sqrt{3}}{2}\times\frac{7}{27}=\frac{7}{6}\sqrt{3}$ …③
よって四角形AGEC $=4\sqrt{3}+\frac{21\sqrt{3}}{2}+\frac{7}{6}\sqrt{3}$
$=\frac{24\sqrt{3}}{6}+\frac{63\sqrt{3}}{6}+\frac{7\sqrt{3}}{6}=\frac{94\sqrt{3}}{6}$
$\frac{47\sqrt{3}}{3}$ cm²