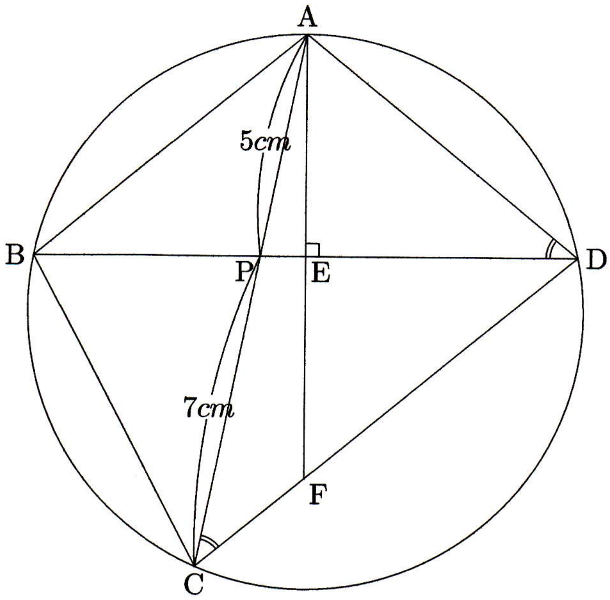
右の図で、四角形$ABCD$の頂点は全て同じ円周上にあり、∠ACD = ∠ADB, $BC < DC$となっている。点Eは、点Aから線分BDに引いた垂線とBDとの交点であり、点Fは、線分AEの延長と線分CDとの交点である。また、点Pは線分ACとBDとの交点である。$AP = 5cm$、$PC = 7cm$であるとき、次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。(大分)

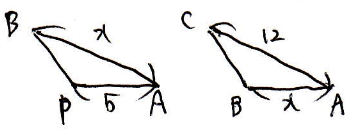


(1) △ABP ∽ △ACB であることを証明しなさい。

△ABPと△ACBにおいて
仮定より
共通な角は等しいので
∠BAP = ∠CAB —①
同じ弧に対する円周角は等しいので
∠ADB = ∠ACB
∠ACP = ∠ABP
また∠ADB = ∠ACDより
∠ABP = ∠ACB —②

①,②より2組の角が
それぞれ等しいので
△ABP ∽ △ACB

(2) 線分ABの長さを求めなさい。



$x : 12 = 5 : x$
$x^2 = 60 \quad x > 0$
$x = 2\sqrt{15}$

$2\sqrt{15}$ cm

(3) $AB = BC$のとき、線分CFの長さを求めなさい。

$BP : PD = 5 : 7$　　$5 : 7 = 2\sqrt{15} : CD$　　$CD = \frac{14\sqrt{15}}{5}$
△ADFはAD=FDの二等辺三角形
よって $\frac{14\sqrt{15}}{5} - 2\sqrt{15} = \frac{4\sqrt{15}}{5}$ (cm)

$\frac{4\sqrt{15}}{5}$ cm