a, b を定数として 2 次関数

$$y = -x^2 + (2a+4)x + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\text{ア}}, a^2 + \boxed{\text{イ}} a + b + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。以下，この頂点が直線 $y = -4x - 1$ 上にあるとする。このとき，

$$b = -a^2 - \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オカ}}$$

である。

$y = -\{x - (a+2)\}^2 + (a+2)^2 + b$

$= -\{x - (a+2)\}^2 + a^2 + 4a + b + 4$

$(a+2,\ a^2 + 4a + b + 4)$ アイウ

$a^2 + 4a + b + 4 = -4(a+2) - 1$

$b = -a^2 - 4a - 4 - 4a - 8 - 1$

$\therefore\ b = -a^2 - 8a - 13$ エオカ

頂点 $(a+2,\ -4a-9)$

12センター2

(1) グラフ G が x 軸と異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。また, G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるような a の値の範囲は

$$-\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\boxed{\text{サ}}} < a < -\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

判別式

$D/4 > 0$ より

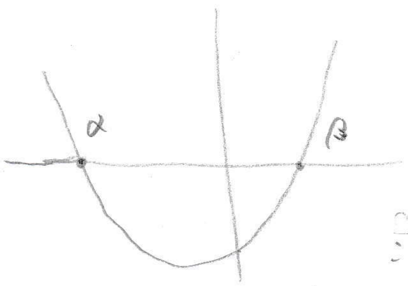
$(a+2)^2 + b > 0$

$(a+2)^2 - a^2 - 8a - 13 > 0$

$a^2 + 4a + 4 - a^2 - 8a - 13 > 0$

$-4a > 9$

$a < -\frac{9}{4}$ キクケ …①



$\alpha\beta < 0$

$\alpha\beta$ は解と係数の関係により

$\alpha\beta = a^2 + 8a + 13$

$a^2 + 8a + 13 < 0$

$a = -4 \pm \sqrt{16-13} = -4 \pm \sqrt{3}$

$-4 - \sqrt{3} < a < -4 + \sqrt{3}$

これと①より

$-4 - \sqrt{3} < a < -4 + \sqrt{3}$ コサ

12センタ2

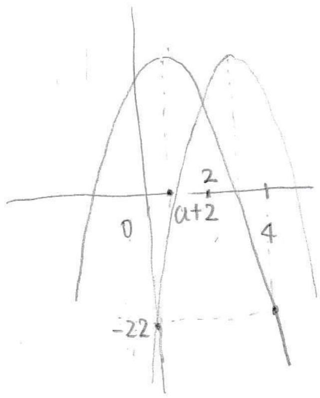
(2) 関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値が -22 となるのは

$a =$ $\boxed{\text{シス}}$ または $a =$ $\boxed{\text{セ}}$

のときである。また a $\boxed{\text{セ}}$ のとき, 関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値は $\boxed{\text{ソタチ}}$ である。

一方, $a =$ $\boxed{\text{シス}}$ のときの①のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ツ}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{テトナ}}$ だけ平行移動させると, $a =$ $\boxed{\text{セ}}$ のとき, グラフと一致する。

〔12 センター試験〕



軸 $a+2$ が

$a+2 \leqq 2$ のとき $a \leqq 0$ では, $x=4$ で最小値となる.

$\cancel{-16}+8a\cancel{+16}-a^2-8a-13=-22$

$a^2=9$　$a=\pm 3$　$a \leqq 0$ より $a=-3$

軸 $a+2$ が

$a+2>2$ のとき $a>0$ では $x=0$ で最小値となる

$-a^2-8a-13=-22$　$a^2+8a-9=0$

$(a+9)(a-1)=0$ ∴ $a=-9, 1$　$a>0$ より $a=1$

$a=-3$, $a=1$ … シスセ

$a=1$ のとき $y=-x^2+6x-22=-(x-3)^2-13$　$x=3$ のとき最大値 -13 … ソタチ

$a=-3$ のとき $y=-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3$

$a=1$ のとき頂点 $(3, -13)$　$a=-3$ のとき頂点 $(-1, 3)$

∴ ツ 4　テトナ -16