

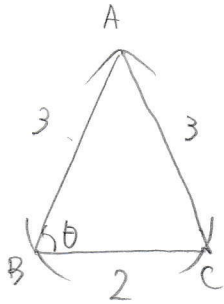
△ABCにおいて、AB=AC=3、BC=2であるとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \sin \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり、△ABCの面積は  $\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ 、△ABCの内接円Iの半径は  $\sqrt{\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}}$  である。

また、円Iの中心から点Bまでの距離は  $\sqrt{\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}}$  である。

[12 センター試験]



∠ABC=θ とすると余弦定理より

$$9 = 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos \theta$$

$$12 \cos \theta = 4 \quad \cos \theta = \frac{1}{3} \quad \dots \text{PI}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad \therefore \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\because \sin \theta > 0 \text{ より})$$

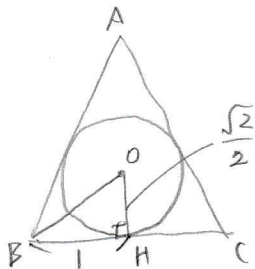
∴ ウエオ

△ABCの面積Sは

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2} \quad \dots \text{カキ}$$

内接円の半径rとすると

$$\frac{1}{2} r (3+2+3) = 2\sqrt{2} \text{ より } r = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots \text{ケ}$$



円の中心をOとすると、Oから辺BCに下ろした垂線の足をHとすると

△OBHにて三平方の定理を用いる

$$OH = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad BH = 1 \text{ であるから}$$

$$BO = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \dots \text{コサ}$$

12センチ

3

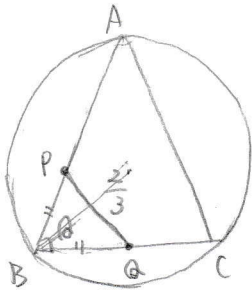
2/3

(1) 辺 AB 上の点 P と辺 BC 上の点 Q を,  $BP=BQ$  かつ  $PQ=\frac{2}{3}$  となるよう

にとる。このとき,  $\triangle PBQ$  の外接円 O の直径は  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$  であり, 円 I

と円 O は  $\boxed{\text{セ}}$ 。ただし,  $\boxed{\text{セ}}$  には次の①~④から当てはまるものを一つ選べ。

- ① 重なる (一致する)
- ② 外接する
- ③ 異なる 2 点で交わる
- ④ 共有点をもたない

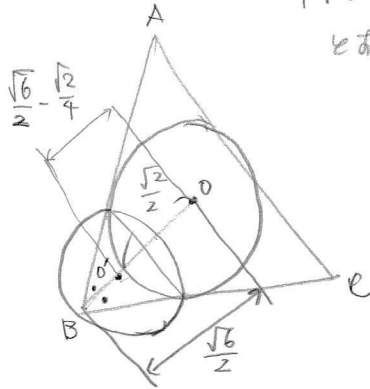


$$\frac{PQ}{\sin \theta} = 2R \quad \left( R \text{ は外接円 O の半径} \right)$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 2R \quad \left( \text{求める外接円の半径} = \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{シ}$$

$$\text{円 I の半径 } r = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{円 O の半径 } R = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \text{円 I の中心 } O \quad \text{円 O の中心 } O'$$

とすると



$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{4} > \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{OO' の距離}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} < \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{OO' の距離}$$

③ ... セ

B, O, O' はともに  $\angle ABC$  の二等分線上

1207- 3/3

(2) 円I上に点Eと点Fを, 3点C, E, Fが一直線上にこの順で並び, かつ,  $CF = \sqrt{2}$  となるようにとる. このとき

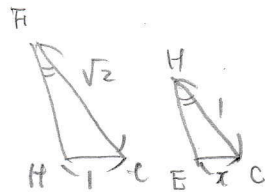
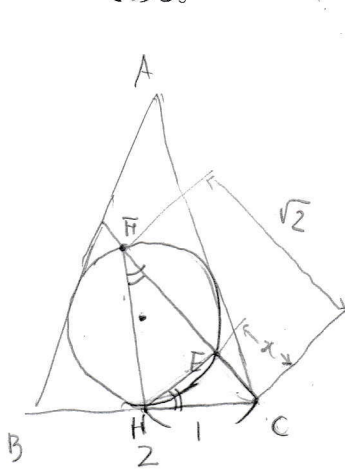
$$CE = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}, \frac{EF}{CE} = \boxed{\text{チ}}$$

である.

さらに, 円Iと辺BCとの接点をD, 線分BEと線分DFとの交点をG, 線分

CGの延長と線分BFとの交点をMとする. このとき,  $\frac{GM}{CG} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$

である.



[12 センター試験]

(∵ 円IとBCの接点EとDと一致)

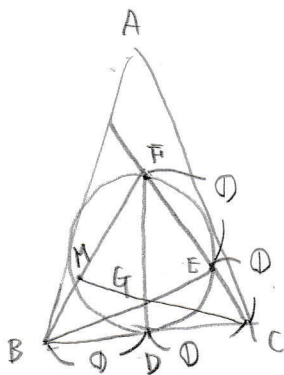
$$\sqrt{2} : 1 = 1 : x$$

$$\sqrt{2}x = 1$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{∴ } \underline{\underline{\text{チ}}}$$

$$EF = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{∴}$$

$$EF = CE \quad \therefore \frac{EF}{CE} = 1 \quad \text{∴ } \underline{\underline{\text{チ}}}$$



先ず  $EF : CE = CD : DB = 1 : 1$

円Iの定理より  $BM : MF = 1 : 1$

メネラウスの定理より

$$\frac{CG}{GM} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{MF}{FB} \quad \frac{BP}{PC}$$

$$\therefore \frac{CG}{GM} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{GM}{CG} = \frac{1}{2} \quad \text{∴ } \underline{\underline{\text{ツテ}}}$$