

以下では、 $a = 756$ とし、 m は自然数とする。

(1) a を素因数分解すると

$$a = 2^{\boxed{\text{ア}}} \cdot 3^{\boxed{\text{イ}}} \cdot \boxed{\text{ウ}}$$

である。

a の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2) \sqrt{am} が自然数となる最小の自然数 m は $\boxed{\text{カキ}}$ である。 \sqrt{am} が自然数となるとき、 m はある自然数 k により、 $m = \boxed{\text{カキ}} k^2$ と表される数であり、そのときの \sqrt{am} の値は $\boxed{\text{クケコ}} k$ である。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 756} \\ \underline{378} \\ 3 \overline{) 189} \\ \underline{63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \underline{7} \end{array}$$

$$a = 2^2 \times 3^3 \times 7 \quad \text{ア} = 2, \text{イ} = 3, \text{ウ} = 7$$

$$(2+1) \times (3+1) \times (1+1) = 24 \text{コ} = \text{エオ}$$

$$\sqrt{am} = 6\sqrt{21m} \quad \text{ゆ} \quad m = 21 \text{カキ}$$

$$\sqrt{am} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot k} = 126k \text{クケコ}$$

$$\frac{18}{9} = 2$$

2015/A-5^{1/2}

- (3) 次に、自然数 k により $\boxed{\text{クケコ}}$ k と表される数で、11 で割ったときの余りが 1 となる最小の k を求める。1 次不定方程式

$$\boxed{\text{クケコ}} k - 11l = 1$$

を解くと、 $k > 0$ となる整数解 (k, l) のうち、 k が最小のものは、

$$k = \boxed{\text{サ}}, l = \boxed{\text{シスセ}}$$

- (4) \sqrt{am} が 11 で割ると 1 余る自然数となるとき、そのような自然数 m のなかで最小のものは $\boxed{\text{ソタチツ}}$ である。

[センター試験]

$$(3) \quad 126k - 11l = 1$$

$$k=9 \text{ とおせば } 11 \cdot 34 - 11l = 1$$

$$11l = 1133$$

$$l = 103$$

最小は $k=9, l=103$
サ シスセ

(4)

$$\sqrt{am} = 126k \quad \because k=9 \text{ とおせば最小}$$

$$a = 2^2 \times 3^3 \times 7 \text{ である}$$

$$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7 \times m} = 126 \cdot 9$$

$$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7 \times m} = 2 \times 3^4 \times 7 \quad \text{両辺2乗して}$$

$$2^2 \times 3^3 \times 7 \times m = 2^2 \times 3^8 \times 7^2$$

$$m = 3^5 \times 7$$

$$m = 1701 \dots 4947$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ \underline{3} \\ 3 \overline{)63} \\ \underline{21} \\ 42 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)1701} \\ \underline{3} \\ 3 \overline{)510} \\ \underline{21} \\ 3 \overline{)300} \\ \underline{21} \\ 90 \\ \underline{81} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$