

O を原点とする座標平面上の2点 $P(2 \cos \theta, 2 \sin \theta)$, $Q(2 \cos \theta + \cos 7\theta, 2 \sin \theta + \sin 7\theta)$ を考える。ただし、 $\frac{\pi}{8} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。

(1) $OP = \boxed{\text{ア}}$, $PQ = \boxed{\text{イ}}$ である。また

$$\begin{aligned} OQ^2 &= \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} (\cos 7\theta \cos \theta + \sin 7\theta \sin \theta) \\ &= \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} \cos(\boxed{\text{オ}} \theta) \end{aligned}$$

である。

よって、 $\frac{\pi}{8} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲で、 OQ は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

(2) 3点 O, P, Q が一直線上にあるような θ の値を求めよう。

直線 OP を表す方程式は である。 に当てはまるものを、次の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

① $(\cos \theta)x + (\sin \theta)y = 0$

① $(\sin \theta)x + (\cos \theta)y = 0$

② $(\cos \theta)x - (\sin \theta)y = 0$

③ $(\sin \theta)x - (\cos \theta)y = 0$

このことにより、 $\frac{\pi}{8} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲で、3点 O, P, Q が一直線上にあるのは $\theta =$

$\frac{\pi}{\text{ケ}}$

(3) $\angle OQP$ が直角となるのは $OQ = \sqrt{\text{コ}}$ のときである。したがって、 $\frac{\pi}{8} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$

の範囲で、 $\angle OQP$ が直角となるのは $\theta = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}\pi$ のときである。

[15 センター試験]