

a, b を正の実数とする。連立方程式

$$(*) \begin{cases} x\sqrt{y^3} = a \\ \sqrt[3]{xy} = b \end{cases}$$

を満たす実数 x, y について考えよう。

(1) 連立方程式 (*) を満たす正の実数 x, y は

$$x = a \boxed{\text{ア}} b \boxed{\text{イウ}}, y = a^p b \boxed{\text{エ}}$$

となる。ただし、

$$p = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(2) $b = 2\sqrt[3]{a^4}$ とする。 a が $a > 0$ の範囲を動くとき、連立方程式 (*) を満たす正の実数 x, y について、 $x + y$ の最小値を求めよう。

$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ であるから、(*) を満たす正の実数 x, y は、 a を用いて

$$x = 2^{??} \boxed{1} a \boxed{\text{クケ}}, y = 2^{??} \boxed{1} a \boxed{\text{コ}}$$

と表される。したがって、相加平均と相乗平均の関係を利用すると、 $x + y$ は $a = 2^q$ のとき最小値 $\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとることがわかる。ただし

$$q = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

[センター試験]