



一の位が0でない2桁の自然数A,Bがある。AとBの十の位の和は10で一の位は同じ数字である。この2数A,Bの積は4桁になり、上2桁は十の位の積に一の位を足した数で、下2桁は一の位の2乗になる。

例えば

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 27 \\ \hline 609 \\ 174 \\ \hline 2349 \end{array}$$

上2桁は $8 \times 2 + 7 = 23$, 下2桁は $7^2 = 49$

となっているので、2349が答えとなる。このことを十の位をa,b,一の位をcとして説明しなさい。

$$A \in 10a + c, B \in 10b + c \text{ とする}$$

問題より

$$\begin{aligned} (10a + c)(10b + c) &= 100ab + 10ac + 10bc + c^2 \\ &= 100ab + 10c(a + b) + c^2 \quad \text{①} \end{aligned}$$

$$\text{ここで } a + b = 10 \text{ より}$$

①は

$$100ab + 100c + c^2 = 100(ab + c) + c^2$$

$$\text{また } ab + c > 10 \text{ より}$$

$100(ab + c)$ は4けたの自然数である。

つまり

$100(ab + c) + c^2$ はA,Bの十の位の積に一の位を足した数を100倍しているのだから上2けたは $ab + c$ となりその数に一の位cの2乗すなわち c^2 を足しているのだから下2けたは c^2 になる。

