

数学では $0.99999999\cdots < 1$ ではなくて、 $0.99999999\cdots = 1$ であることを証明しましょう。 $x = 0.99999999\cdots$ とします。

この両辺 10 倍して、 $10x = 9.99999999\cdots$ となります。

この $10x$ と x を筆算すると、

$$\begin{array}{r} 10x = 9.99999999\cdots \\ -) \quad x = 0.99999999\cdots \\ \hline 9x = 9 \end{array}$$

よって $x = 1$ 。もともと $x = 0.99999999\cdots$ だったわけですので、

$$0.99999999\cdots = 1$$

ということがいえます。このように、小数点以下 9 が無限に続く場合は、ほぼ 1 とみなされ、それはほぼ 1 ではなく 1 なのです。数学って面白いですね。

ちなみに、循環小数を分数に直すときも同じような方法で行いますので、上の解き方を覚えておくと便利でしょう。

例 $0.37373737\cdots$ を分数で表しなさい。

$$\begin{array}{r} 100x = 37.37373737\cdots \\ -) \quad x = 0.37373737\cdots \\ \hline 99x = 37 \end{array}$$

$$x = \frac{37}{99} \quad \dots\dots(\text{答})$$