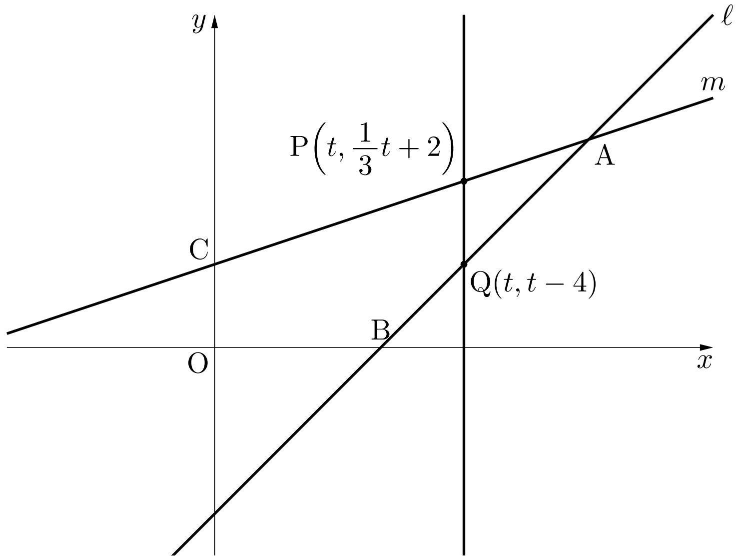
右の図で, 直線 ℓ は関数 $y=x-4$ のグラフであり, 直線 m は関数 $y=\dfrac{1}{3}x+2$ のグラフである。点 A は直線 ℓ と m との交点で, 点 B は直線 ℓ と x 軸との交点, 点 C は直線 m と y 軸との交点である。

線分 AC 上に点 A, C と異なる点 P をとり, 点 P を通り y 軸に平行な直線を引き, 直線 ℓ との交点を Q とする。PQ=2 となるときの点 P の座標を求めなさい。



この問題の代表的な (個人の感想です。) を示したいと思います。

求めたい P の座標を文字を使って表します。P の x 座標を t と置くと, $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{3}t+2\right)$ となり, PQ//y 軸　だから, Q の x 座標も t なので, Q を t を用いて表すと, $\mathrm{Q}(t,\ t-4)$ となります。

ここで,

$$\mathrm{PQ}=(\mathrm{P}\ の\ y\ 座標)-(\mathrm{Q}\ の\ y\ 座標)$$

で, PQ=2 であるから, 次の方程式ができます。

$$\left(\frac{1}{3}t+2\right)-(t-4)=2$$

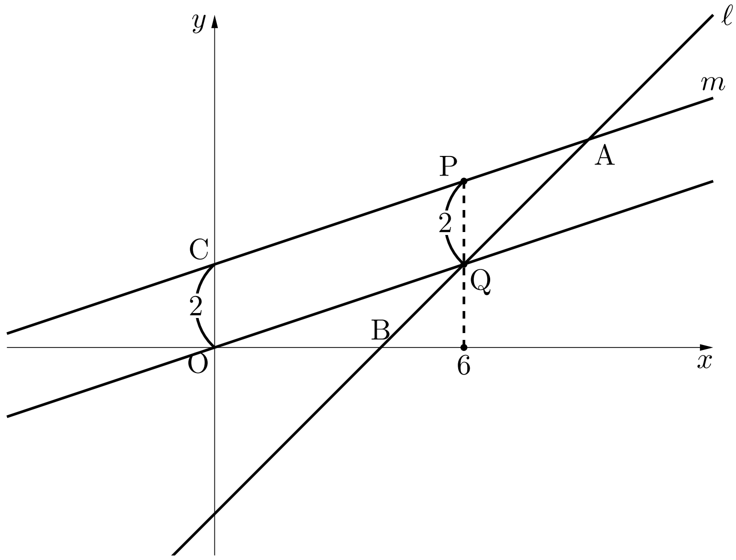
これを解いて, $t=6$

したがって, 求める P の座標は, P(6, 4)　……（答）

次はこれとは違った, 図形の性質を使って求めてみたいと思います。座標を文字で置くことはございません。次のページにそれを書きました。

右の図で, 直線 ℓ は関数 $y=x-4$ のグラフであり, 直線 m は関数 $y=\dfrac{1}{3}x+2$ のグラフである。点 A は直線 ℓ と m との交点で, 点 B は直線 ℓ と x 軸との交点, 点 C は直線 m と y 軸との交点である。

線分 AC 上に点 A, C と異なる点 P をとり, 点 P を通り y 軸に平行な直線を引き, 直線 ℓ との交点を Q とする。PQ=2 となるときの点 P の座標を求めなさい。



【方針】四角形 COQP が平行四辺形になるこを用いて解くことにします。したがって, 点 C から下に 2(PQ=2 より) 進んだ原点 O を通り, 直線 m に平行な直線 $\left(y=\dfrac{1}{3}x\right)$ と ℓ の交点が Q になり, Q の x 座標と P の x 座標が等しいことから P の座標を求めるという解法でやってみます。

【方針】より, 原点 O を通り m に平行な直線は $y=\dfrac{1}{3}x$ で, これと ℓ の交点 Q の x 座標を求めるために方程式をつくると,

$$\frac{1}{3}x=x-4$$

これを解いて, $x=$6(Q の x 座標) となり, これは P の x 座標でもあるので, $x=6$ を直線 m に代入すると,

$$y=\frac{1}{3}\times 6+2=4$$

よって, P の座標は, P(6, 4)　……(答)

【別解】Q を求めると, Q(6, 2) で P は Q より上に 2 進んだところなので, P(6, 4) としてもよい。

この解法は, 今回だけの特殊な場合ではなさそうですね。PQ=5 なら点 C から下に 5 進んだ点を通り, 直線 m に平行な直線を考えることで, 同様にできることがわかるでしょう。

ではでは。