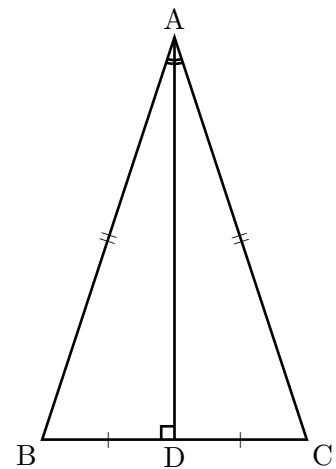


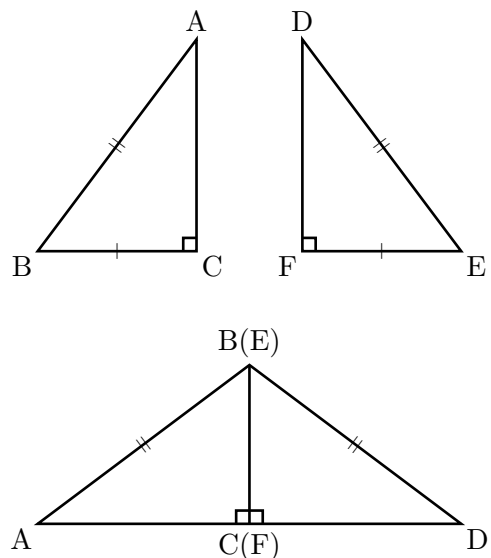
右の図は二等辺三角形  $ABC$  の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分するという性質を表したものです。 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい) であるから、 $AD \perp BC$ 、かつ  $BD = CD$  である。ここで注目したいのは二等辺三角形の頂角の二等分された2つの三角形は合同であるという事実です。ですから、2つの直角三角形で斜辺が等しく、その2つの三角形を組み合わせたとき二等辺三角形になることが言えれば、合同といえるという理屈を使ったのが、直角三角形の合同条件だと思っています。



では、直角三角形の合同条件をおさらいしましょう。

- (1) 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
- (2) 直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しい

直角三角形の合同条件 (1) の場合、右の図のような場合 ( $AB = DE, \angle C = \angle F = 90^\circ, BC = EF$  ならば)、辺  $BC$  と辺  $EF$  を張り合わせると、二等辺三角形になります。二等辺三角形の頂角の二等分線はこの場合  $BC$  になり、底辺は  $AD$  (中点は  $C$ ) であるから、 $AC = DF$  となる。これと仮定と合わせて、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  となる。従って、直角三角形の合同条件 (1) が成り立つ。(参考までにいろいろ証明方法はあります。)



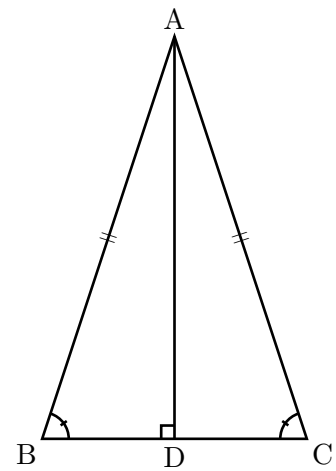
次に (2) です。この条件は、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいと置き換えることができます。なぜなら、図中で  $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$  であるから、仮に1つの鋭角が同じであれば、残りの角も同じ大きさになります。

例えば、 $\angle ABD = \angle ACD \cdots \textcircled{1}$  ならば、三角形の内角の関係より、もう一つの鋭角はそれぞれ

$$\angle BAD = 90^\circ - \angle ABD$$

$$\angle CAD = 90^\circ - \angle ACD$$

ここで、 $\textcircled{1}$ より、 $\angle BAD = \angle CAD$  となり、直角三角形の斜辺と合わせて、1組の辺とその両端の角が... の条件に持ち込むことができます。ただ、1つの鋭角が等しいということは、残りの鋭角も等しい。また、2つを組み合わせると二等辺三角形になるだから、この2つの直角三角形は合同であると言ってもよいでしょう。

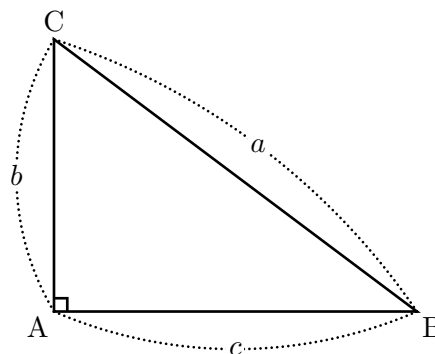


ここで、1つ疑問に思うことがありますか?なぜ1つの角ではなく、1つの鋭角なのでしょう。おそらく残りの2つの角は、必ず鋭角になるからだと考えます。これは証明のときに分かっている角度を明記するかしないかというときに、分かっているなら角の大きさを書きなさいと暗示しているのだと思います。そう教えてくれるのだと考えます。証明では詳しく書いたほうがよさそうですね?

それと、直角三角形の合同条件の、「直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しい」これは「3組の辺がそれぞれ等しい」と同じですよ? 中3で三平方の定理を習います。その時に、直角三角形なら、次のことが成り立つことを習います。

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (三平方の定理)}$$

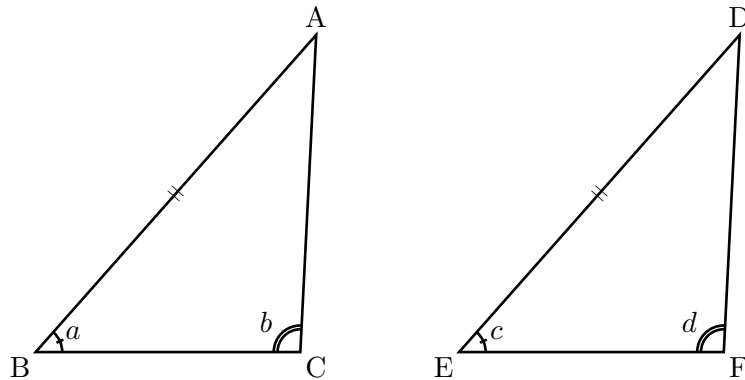
この関係が成り立つということは、斜辺  $a$  が等しく他の一辺  $b$  または  $c$  が等しければ、上の関係を使えば残りの辺の長さは、必ず



等しくなります。従って、3組の辺が等しくなります。まあこのことに関しては、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいときは余弦定理、1組の辺とその間の角が分かるときは正弦定理を使えば3組の辺はすべて求まるはずですが、結局、3組の辺はすべて等しくなるわけ(当たり前)ですが、面白いなと思い書いてみました。ちなみに余弦定理、正弦定理は高校で習得します。

最後に、もう少し深く考えてみませんか？

三角形の合同条件の「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいとき」についてです。直角三角形の合同条件で、斜辺と直角が等しいと分かっている、1つの鋭角が等しければ、合同なんですよ。これを、斜辺を1つの辺、分かっている角(直角と1つの鋭角)を2組の角に置き換えてみましょう。



上の図の三角形で、1組の辺が等しく、2組の角がそれぞれ等しければ、2つの三角形は合同と言えるでしょう。つまり、こういうことです。

$$\angle BAC = 180^\circ - (a + b)$$

$$\angle EDF = 180^\circ - (c + d)$$

ここで、 $\angle a = \angle c, \angle b = \angle d$ であるから、

$$\angle BAC = \angle EDF$$

となり、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいと一致する。

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいという合同条件は、「1組の辺と2組の角がそれぞれ等しいとき」と置きかえられるのではないかと思います。

自信がなくて、調べたらここにもそのようなことを書いてありました。

倭算数理研究所 (<http://wasan.hatenablog.com/entry/20110503/1304431993>)