

連立方程式  $\begin{cases} 3x + 4y = 30 & \dots\text{①} \\ x - 2y = -10 & \dots\text{②} \end{cases}$  を解け。

このような連立方程式があった場合、恐らく  $x$  または  $y$  の文字を 1 つ消去することを考えるでしょう。

それでいいのですが、ここでは定数項を消去してみましょう。

②  $\times 3$  より、

$$3x - 6y = -30 \dots\text{③}$$

① + ③ より、

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = 30 \\ +) 3x - 6y = -30 \\ \hline 6x - 2y = 0 \end{array}$$

これより、

$$y = 3x \dots\text{④} \text{ これを①に代入して、}$$

$$x = 2$$

$$\text{④より、} y = 6$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \dots\text{(答)}$$

考えるに定数項を消去することによって、 $x, y$  の不定方程式になるが、その比は明確にわかる。

この場合  $x : y = 1 : 3$  ここで、 $x = k, y = 3k \dots\text{⑤}$  とおいて、再度①式に代入すると、

$$3k + 12k = 30$$

$k = 2$  となり、⑤から  $x = 2, y = 6$  が得られる。

高校生の範囲だが(詳しくは私も知らない。)

先の問題の連立方程式  $\begin{cases} 3x + 4y = 30 & \dots\textcircled{1} \\ x - 2y = -10 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$  の $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ の形を変えると

$\begin{cases} 3x + 4y - 30 = 0 & \dots\textcircled{1}' \\ x - 2y + 10 = 0 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$  となる。この2つの直線の式をそれぞれ

$f(x, y) = 3x + 4y - 30, g(x, y) = x - 2y + 10$  とおくと、その2つの図形(この場合直線)の交点を通る式は

$f(x, y) + tg(x, y) = 0$  ( $t$ は任意の数)... $\textcircled{6}$

と表すことができる。

この  $t$  を  $f(x, y)$  の  $x$  の文字が消去される場合、すなわち  $t = -3$  のとき

$$4y + 6y - 30 - 30 = 0$$

$$y = 6$$

同様に  $y$  の文字が消去される場合、すなわち  $t = 2$  のとき

$$3x - 30 + 2x + 20 = 0$$

$$x = 2$$

最後に定数項が消去される場合、すなわち  $t = 3$  のとき

$$6x - 2y = 0$$

$$y = 3x$$

という具合になる。

また  $t$  を適当に  $t = 5$  として得た式  $8x - 6y + 20 = 0$  と $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ のどちらで連立方程式を解い

ても解答は同じで、 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$  になる。

詳しくは高校生で学習しよう。

私も勉強します。