連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=30 & \cdots① \\ x-2y=-10 & \cdots② \end{cases}$ を解け。

このような連立方程式があった場合、恐らく x または y の文字を1つ消去することを考えるでしょう。
それでいいのですが、ここでは定数項を消去してみましょう。
② $\times 3$ より、
$3x-6y=-30\cdots③$
① $+$ ③より、

$$\begin{array}{rrrrr} & 3x & + 4y & = & 30 \\ +) & 3x & - 6y & = & -30 \\ \hline & 6x & - 2y & = & 0 \end{array}$$

これより、
$y=3x\cdots④$ これを①に代入して、
$x=2$
④より、$y=6$

$\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$ ……(答)

考えるに定数項を消去することによって、x,y の不定方程式になるが、その比は明確にわかる。
この場合 $x:y=1:3$ ここで、$x=k, y=3k\cdots⑤$ とおいて、再度①式に代入すると、
$3k+12k=30$
$k=2$ となり、⑤から $x=2, y=6$ が得られる。

高校生の範囲だが(詳しくは私も知らない。)

先の問題の連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=30 & \cdots① \\ x-2y=-10 & \cdots② \end{cases}$ の①,②の形を変えると

$\begin{cases} 3x+4y-30=0 & \cdots①' \\ x-2y+10=0 & \cdots②' \end{cases}$ となる。この 2 つの直線の式をそれぞれ

$f(x,y)=3x+4y-30, g(x,y)=x-2y+10$ とおくと、その 2 つの図形(この場合直線)の交点を通る式は

$f(x,y)+tg(x,y)=0$(t は任意の数)$\cdots$⑥

と表すことができる。

この t を $f(x,y)$ の x の文字が消去される場合、すなわち $t=-3$ のとき

$4y+6y-30-30=0$

$y=6$

同様に y の文字が消去される場合、すなわち $t=2$ のとき

$3x-30+2x+20=0$

$x=2$

最後に定数項が消去される場合、すなわち $t=3$ のとき

$6x-2y=0$

$y=3x$

という具合になる。

また t を適当に $t=5$ として得た式 $8x-6y+20=0$ と①,②のどちらで連立方程式を解いても解答は同じで、$\begin{cases} x=2 \\ y=6 \end{cases}$ になる。

詳しくは高校生で学習しよう。

私も勉強します。