

問題：ある中学校で去年の生徒の人数は 335 人で、今年は男子が 5%減り、女子が 4%増えたので全体としては 1 人減った。今年の男子と女子の人数を求めなさい。

よくありきたりな中学 2 年生で習う割合の問題である。

通常去年の男子の人数  $x$  人、去年の女子の人数を  $y$  人として、次のような連立方程式を立てるのが定石である。

$$\text{式 1} \begin{cases} x + y = 335 & \dots\text{①} \\ 0.95x + 1.04y = 334 & \dots\text{②} \end{cases}$$

または、

$$\text{式 2} \begin{cases} x + y = 335 & \dots\text{③} \\ -0.05x + 0.04y = -1 & \dots\text{④} \end{cases}$$

このどちらを解いても  $x = 160, y = 175$  となり、今年的人数は男子  $160 \times 0.95 = 152$ (人)、今年的女子  $334 - 152 = 182$ (人)を得る。

答えを書くと、

今年の男子 152 人、今年的女子 182 人 .....(答)

ここで、式 1 の②と式 2 の④は、どちらも同じ式であることは知っておかなければならない。形が違うだけで、まったく同じ式である。以下にそれを書いてみた。

$0.95x + 1.04y = 334 \dots\text{②}$ は次のように書ける。

$$(1 - 0.05)x + (1 + 0.04)y = 334$$

展開して(かっこをはずして)、

$$x - 0.05x + y + 0.04y = 334$$

並べ替えると、

$$-0.05x + 0.04y + \underline{x + y} = 334$$

ここで、下線部は式 1 の①から  $335(x + y = 335 \dots\text{①})$ と同じ(同値)である。

従って次のようになる。

$$-0.05x + 0.04y + 335 = 334$$

335 を右辺へ移行して、整理すると、

$$-0.05x + 0.04y = -1$$

となり、式 2 の④が得られた。

式 1 の②は今年の男子の人数と、今年的女子の人数を合計して何人になったかという式で、式 2 の④はというと、単純に男子が何人減って、女子が何人増えたか、そして結果として何人の増減だったのかという式である。

では、最後に面倒な小数の計算して今年の人数を出すぐらいなら、何で今年の男子の人数を  $x$  人、今年の子の人数を  $y$  人とししないのか、納得いかない。そういう方のために実際に今年の男子、女子の人数をそれぞれ  $x$  人、 $y$  人としてやってみました。

(解) 今年の男子  $x$  人、今年の子  $y$  人とおくと、

$$x + y = 334$$

$$\text{去年の男子は } \frac{x}{0.95} \text{ 人、去年の子は } \frac{y}{1.04} \text{ 人}$$

これより、

$$\frac{x}{0.95} + \frac{y}{1.04} = 335$$

これより求める式は

$$\begin{cases} x + y = 334 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{0.95} + \frac{y}{1.04} = 335 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

なんか面倒みたいです。ただ答えが出ることを確認するために、最後まで力ずくで行きましょう。②の式の分母が小数なのが嫌なので、両辺に  $\frac{1}{100}$  をかけると

$$\frac{x}{95} + \frac{y}{104} = \frac{335}{100} \dots \textcircled{3}$$

両辺に  $95 \times 104$  をかけると、

$$104x + 95y = 33098 \dots \textcircled{4}$$

①  $\times 95$  より、

$$95x + 95y = 31730 \dots \textcircled{5}$$

④  $-$  ⑤ より、

$$\begin{array}{r} 104x + 95y = 33098 \\ -) 95x + 95y = 31730 \\ \hline 9x = 1368 \end{array}$$

$x = 152$ 、これを①に代入して、 $y = 182$

よって、

今年の男子 152 人、今年の子 182 人 .....(答)

この解法で、ポイントは②の式でしょうね。結局式を作る過程で去年の人数を使うんだし、今年の人数を  $x, y$  とおくと、去年の人数が分数になってしまう。それだったら去年の人数を  $x, y$  とおいて、今年の人数を求めた方が楽だってことでしょうね。今年の人数を  $x, y$  とおいて答えが出ないわけではないです。面倒なだけなのです。