連立方程式 $\begin{cases} 51x+49y=1 & \cdots ① \\ 49x+51y=2 & \cdots ② \end{cases}$ を解け。

このような連立方程式があった場合, 恐らく x または y の文字を 1 つ消去することを考えるでしょう。
それでできないことはありませんが, 計算が大変です。ここでは, 連立方程式の特性を活かした解法で行こうと思います。
この連立方程式の解を $(x,y)=(a,b)$ としておく。
①+②より,

$$\begin{array}{rrrrrr} & 51x & + & 49y & = & 1 \\ +) & 49x & + & 51y & = & 2 \\ \hline & 100x & + & 100y & = & 3 \end{array}$$

として, 新たに式を作った式 $(100x+100y=3)$ もまた, $(x,y)=(a,b)$ を満たしている。
同様に,

$$\begin{array}{rrrrrr} & 51x & + & 49y & = & 1 \\ -) & 49x & + & 51y & = & 2 \\ \hline & 2x & - & 2y & = & -1 \end{array}$$

として得られる式 $(2x-2y=-1)$ も, $(x,y)=(a,b)$ を満たしている。
このことは, 新たに
$\begin{cases} 100x+100y=3 & \cdots ③ \\ 2x-2y=-1 & \cdots ④ \end{cases}$ とした連立方程式を解いても, その解は $(x,y)=(a,b)$ となることを意味している。
③+④×50 より,

$$\begin{array}{rrrrrr} & 100x & + & 100y & = & 3 \\ +) & 100x & - & 100y & = & -50 \\ \hline & 200x & & & = & -47 \end{array}$$

より, $x=-\dfrac{47}{200}$, そしてこれを代入するのではなく, 今度は引き算して, y を求める。

$$\begin{array}{rrrrrr} & 100x & + & 100y & = & 3 \\ -) & 100x & - & 100y & = & -50 \\ \hline & & & 200y & = & 53 \end{array}$$

より, $y=\dfrac{53}{200}$
よって, この連立方程式の解は $(x,y)=\left(-\dfrac{47}{200},\dfrac{53}{200}\right)$ となる。
よく私立高校の入試問題で見られます。そのまますると計算が大変ですが, 一工夫すると楽にできてしまいますね？ではでは。