連立方程式$\begin{cases} \dfrac{10}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=18 & \cdots ① \\ \dfrac{5}{x+y}+\dfrac{3}{x-y}=24 & \cdots ② \end{cases}$を解け。

このような連立方程式があった場合, ほぼ間違いなく, 文字の逆数になっている部分の値を求めるのが鉄則です。この場合, $\dfrac{1}{x+y}=a, \dfrac{1}{x-y}=b$ とおきます。すると上の連立方程式は

$$\begin{cases} 10a+b=18 & \cdots ①' \\ 5a+3b=24 & \cdots ②' \end{cases}$$

$①'-②'\times 2$ として,

$$\begin{array}{rrrr} & 10a+ & b= & 18 \\ -) & 10a+ & 6b= & 48 \\ \hline & - & 5b= & -30 \end{array}$$

より, $b=6$ となり, $a=\dfrac{6}{5}$ を得る。$a=\dfrac{1}{x+y}, b=\dfrac{1}{x-y}$ より,

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}=\dfrac{6}{5} & \cdots ③ \\ \dfrac{1}{x-y}=6 & \cdots ④ \end{cases}$$

$x+y,\ x-y$ はそれぞれ, a, b の値の逆数になるので, 新しく x, y の連立方程式をつくると,

$\begin{cases} x+y=\dfrac{5}{6} & \cdots ③' \\ x-y=\dfrac{1}{6} & \cdots ④' \end{cases}$ として, 連立方程式を解くと x, y が求まる。$③'\times 6+④'\times 6$

$$\begin{array}{rrrr} & 6x & +\ 6y & =5 \\ +) & 6x & -\ 6y & =1 \\ \hline & 12x & & =6 \end{array}$$

より, $x=\dfrac{1}{2}$ $③'\times 6-④'\times 6$

$$\begin{array}{rrrr} & 6x+ & 6y & =5 \\ -) & 6x- & 6y & =1 \\ \hline & & 12y & =4 \end{array}$$

より, $y=\dfrac{1}{3}$ したがって, 求める解は $(x, y)=\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}\right)$ である。ではでは。