

なぜ \div は \times 逆数なの?

最近はあまり聞かれなくなりましたが、なぜ割り算を掛け算に直すと、

$$\div a = \times \frac{1}{a}$$

になるのでしょうか。具体例を挙げて説明します。

まず、

$100 \div 10 = 10$ ですね。ここで割られる数字 100 と割る数字 10 に同じ数字を掛けても答えは変わらないのをご存じでしょう。つまりこういうことです。

$$\begin{aligned} 100 \div 10 &= (100 \times 10) \div (10 \times 10) \\ &= 1000 \div 100 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 \div 10 &= (100 \times 6) \div (10 \times 6) \\ &= 600 \div 60 \\ &= 10 \end{aligned}$$

この理屈を分数の割り算などでも使っているのです。

$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5}$ という計算式があったとします。

先ほどの理屈通り、割られる数字 $\frac{2}{3}$ 、割る数字 $\frac{7}{5}$ に $\frac{7}{5}$ の逆数 $\frac{5}{7}$ を掛けてみます。

•ここで逆数を掛けるのは、割る数字を 1 にするためです。

すると、

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \div \frac{7}{5} &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \right) \div \left(\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} \right) \\ &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \right) \div 1 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

もとの式と①から、 $\div \frac{7}{5}$ は $\times \frac{5}{7}$ と同じ役割をすることが分かります。文字で置き換えると、

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \right) \div \left(\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} \right) \\ &= \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \right) \div 1 \\ &= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \end{aligned}$$

となります。 \div 整数も同じ理屈です。お粗末でした。