

解法のレベル

右の図 1 で、 $\triangle ABC$ の $\angle B, \angle C$ の二等分線の交点 (内心) のなす角 x を求めなさい。

まずはいつも通り解いてみましょう。

$$2 \bullet + 2 \times = 106^\circ$$

だから、

$$\bullet + \times = 53^\circ$$

$$\text{よって、} x = 180 - 53 = 127$$

127° 難しい... もっと簡単な方法ないの?

実は公式があつてね...

右の図 2 のように a 場合、 $\angle x$ は次の公式で求められるんです。 $x = 90^\circ + \frac{a}{2}$

$$\text{これを使うと、} x = 90^\circ + \frac{74}{2} = 90^\circ + 37^\circ = 127^\circ$$

ほら、同じ答えになった。

でも、実は僕この公式使ったことないんです。公式が覚えられる人は覚えてください。覚えられる人は解法を覚えておくと他の人より、少し早く答えにたどり着きます。中学校で必要な公式はそんなに多くはありません。これは無理して覚えなくてもいいです。

では公式が覚えられないための人へのリーサルウェポンです。これで駄目でもこれ以外、解き方知りません。では行きましょう。今わかっている角は 74° 残りの角の和は

$$180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

です。これ (106°) を 0 以外の 2 つの偶数に分けてください。別に偶数でなくてもいいですが、途中で小数が出てくる羽目になるので、できれば偶数にしてください。決まりましたか?

50° と 56° です。OB と OC は角の二等分線なので、その半分ずつ 25° と 28° に分けることができますね。 $\triangle OBC$ で 2 つの内角が 25° と 28° になっていますね。ですから求める $\angle x$ は

$$180^\circ - (25^\circ + 28^\circ) = 127^\circ$$

別に 10° と 96° でも大丈夫です。半分は 5° と 48° ですから、

$$180^\circ - (5^\circ + 48^\circ) = 127^\circ \text{ 同じです。}$$

図 1: 基本の解き方

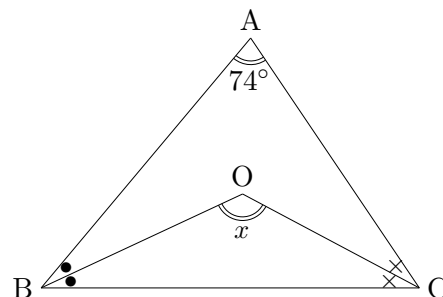


図 2: 公式利用

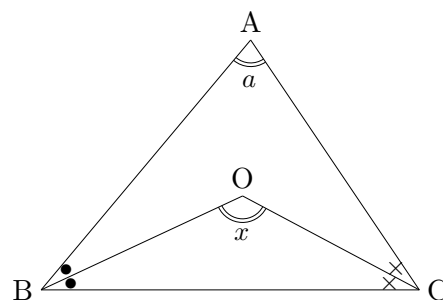
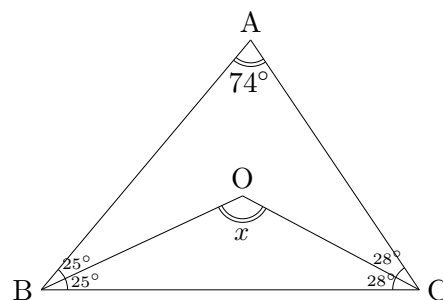


図 3: 好きな角度で設定



前のページで $\angle x$ が分かっている、 $\angle a$ を求める場合でも使えます。

この場合は別に偶数に分けなくても2倍しますので大丈夫です。右の図のように 127° の場合、残りの角は 53° 。図のように 20° 、 33° に分けると、それぞれその2倍が $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ の大きさなので、 $\angle ABC=40^\circ$ 、 $\angle ACB=66^\circ$ となる。

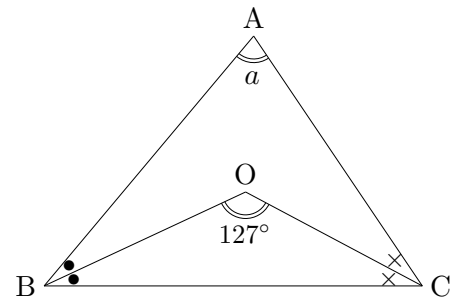
よって、

$$\angle a = 180^\circ - (40^\circ + 66^\circ) = 74^\circ$$

ちなみに、 a を求める公式

$$a = 2x - 180^\circ$$

逆のパターンもOK



補足:公式の証明

証明

$$2 \bullet + 2 \times = 180^\circ - a \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1} \div 2$ より、

$$\bullet + \times = 90^\circ - \frac{a}{2} \dots \textcircled{2}$$

ここで、 $\triangle OBC$ で、

$$x = 180^\circ - (\bullet + \times)$$

$\textcircled{2}$ を代入して、

$$\begin{aligned} x &= 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{a}{2}\right) \\ &= 90^\circ + \frac{a}{2} \end{aligned}$$

よって、

$$x = 90^\circ + \frac{a}{2} \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ を a について解くと、

$$a = 2x - 180^\circ$$

好きな角度で設定

