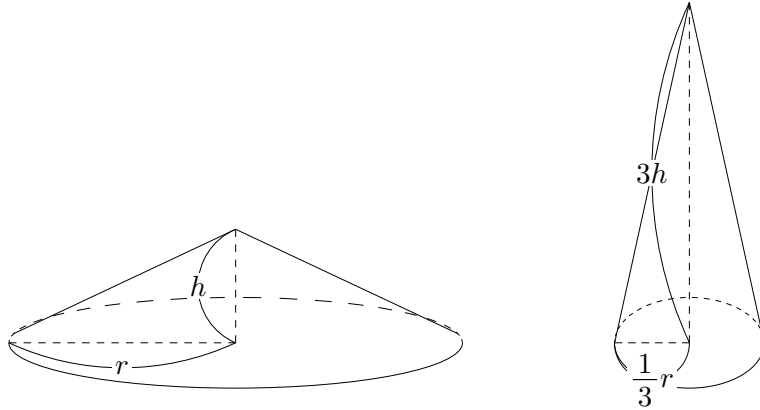


中学 2 年生の問題で、以下のような問題を見ることがあります。

【問い】底面の半径が r 、高さが h の円錐 A があります。その半径を $\frac{1}{3}$ にし、高さを 3 倍にした円錐を円錐 B とします。円錐 B の体積は円錐 A の体積の何倍ですか。



ここで、重要なのは公式を用いて体積を表わすことができる確認と、単項式の除法でしょう。

基本解法はこうなるでしょう。

円錐 A の体積を V_1 とすると

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$

円錐 B の体積を V_2 とすると

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{1}{3}r\right)^2 \times 3h \\ &= \frac{1}{9} \pi r^2 h \end{aligned}$$

よって、

$$\frac{1}{9} \pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} (\text{倍})$$

この上記の方法が通例だと思う。しかし、この手の問題のほとんどは係数比較で処理できる。即ちこうだ。

次頁に続く

円錐 A の底面の半径 r の係数は 1, 高さ h の係数は 1 であるから, 体積 V_1 の係数 K_A は $\left(\frac{1}{3} \times \text{半径の係数} \times \text{半径の係数} \times \text{高さの係数}\right)$ より,

$$K_A = \frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times 1 = \frac{1}{3}$$

円錐 B の底面の半径 r の係数は $\frac{1}{3}$, 高さ h の係数は 3 であるから,

体積 V_2 の係数 K_B は同様に

$$K_B = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{9}$$

よって,

$$\begin{aligned} V_2 \div V_1 &= K_B \div K_A = \frac{1}{9} \div \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3} (\text{倍}) \end{aligned}$$

係数の掛け算のところ、半径を 2 回かけているのは円の面積の公式が (半径) \times (半径) $\times \pi$ と半径を 2 回かけるからである。また、もっと本質部分が見えてくると、錐体の体積の公式に必要な $\frac{1}{3}$ が不要に思えてくるとしめたものである。ただ、あくまでも正しい指導とは思ってはいない。こうやって答えだけ出すなら、係数比較の計算でできることが分かった。この分野が苦手な生徒には、正しい教え方より、こちらの方でまずは答えが出せることを知らせてあげるのも工夫の一環ではないかと考えます。