

$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ とする。△OAB に余弦定理を用いると,

$$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

ここで,

$\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ より,

$$|\vec{b} - \vec{a}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$|\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$-2\vec{a} \cdot \vec{b} = -2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = (a_1 \ a_2) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$$= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

空間ベクトルの場合は,

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ とすれば同じ結果が得られる。

図 I

